

## VLIV POČTU NESHODNÝCH VZORKŮ PŘI VYHODNOCOVÁNÍ PŘIJATELNOSTI SYSTÉMU MĚŘENÍ METODOU KŘÍŽOVÝCH TABULEK

*Ing. Jana Hadvičáková*

*Ing. Pavel Klaput, Ph.D.*

*Katedra managementu kvality, VŠB-TU Ostrava*

*E-mail: [pavel.klaput@vsb.cz](mailto:pavel.klaput@vsb.cz)*

### **Abstrakt**

Tento článek pojednává o vybraných metodách vyhodnocení analýzy systému měření atributivních znaků kvality. Popisuje metodu křížových tabulek a výsledné ukazatele, pomocí kterých se hodnotí přijatelnost hodnoceného systému měření, resp. kontroly. Hlavní pozornost je věnována vlivu počtu neshodných vzorků použitých pro analýzu na výsledné hodnoty zvolených ukazatelů při hodnocení shody mezi operátorem a referenčním hodnocením a také při hodnocení shody mezi jednotlivými operátory. Na základě prezentovaných zjištění byla definována některá doporučení, která by mohla přispět k hlubšímu pochopení principů analýzy systému měření atributivních znaků kvality v praxi.

### **Abstract**

This article discusses about selected methods of attribute measurement system study evaluation. Article focuses and describes the cross-tabulation method and its indicators, which are used for evaluation of the measurement system acceptability. The main attention is paid to the impact of the number of non-conforming (NOK) samples used for the analysis on the values of the selected indicators for the evaluation of the conformity between the operator and the reference evaluation as well as for the evaluation of the conformity between the operators. On the basis of the presented conclusions, some recommendations have been defined, which could contribute to a deeper understanding of the principles of attribute measurement system study in practice.

### **Úvod**

V případech diskrétních proměnných (atributivních znaků), kdy hodnota výsledku měření je jednou z konečného počtu tříd, je potřeba aplikovat specifické postupy analýzy systému měření. Nejjednodušší případ je situace, kdy se výrobky rozlišují na shodné a

neshodné. Příprava analýzy systému měření a sběr údajů probíhá tak, že jednotliví operátoři v náhodném pořadí hodnotí soubor výrobků, kde každý výrobek je jedním operátorem hodnocen alespoň dvakrát. Posuzovaný soubor by měl obsahovat nejen shodné, ale i neshodné výrobky a celkový počet výrobků by měl být okolo 50 výrobků. A také by měla být stanovena referenční hodnota. Tyto výsledky se zaznamenávají do přehledné tabulky. Vyhodnocení systému měření se nejčastěji provádí metodou křížových tabulek, pomocí kterých se posuzuje shoda mezi operátory a referenční hodnotou i shoda mezi operátory navzájem. Příklad křížové tabulky pro hodnocení shody operátory s referenčním hodnocením se nachází v tabulce 1. [1,2]

Tab. 1: Křížová tabulka pro posouzení shody operátora A s referenční hodnotou.

			Reference		Celkem
			0	1	
Operátor A	0	Výsledek	$X_{00}$	$X_{01}$	$X_{0.}$
		Očekávaný výsledek	$x_{00}$	$x_{01}$	$x_{0.}$
	1	Výsledek	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{1.}$
		Očekávaný výsledek	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{1.}$
Celkem		Výsledek	$X_{.0}$	$X_{.1}$	$N$
		Očekávaný výsledek	$x_{.0}$	$x_{.1}$	$n$

Pro výpočet hodnoty ukazatele kappa je potřeba vypočítat hodnoty  $p_0$  a  $p_e$ , které představují podíl pozorovaných resp. očekávaných výsledků, kdy se oba operátoři shodli v rozhodnutí o přijetí nebo nepřijetí výrobků. Tyto hodnoty se vypočtou podle vztahu:

$$p_0 = \frac{X_{11} + X_{00}}{N} \quad (1)$$

$$p_e = \frac{x_{11} + x_{00}}{n} \quad (2)$$

Ukazatel  $\kappa$  (kappa) se počítá podle vztahu:

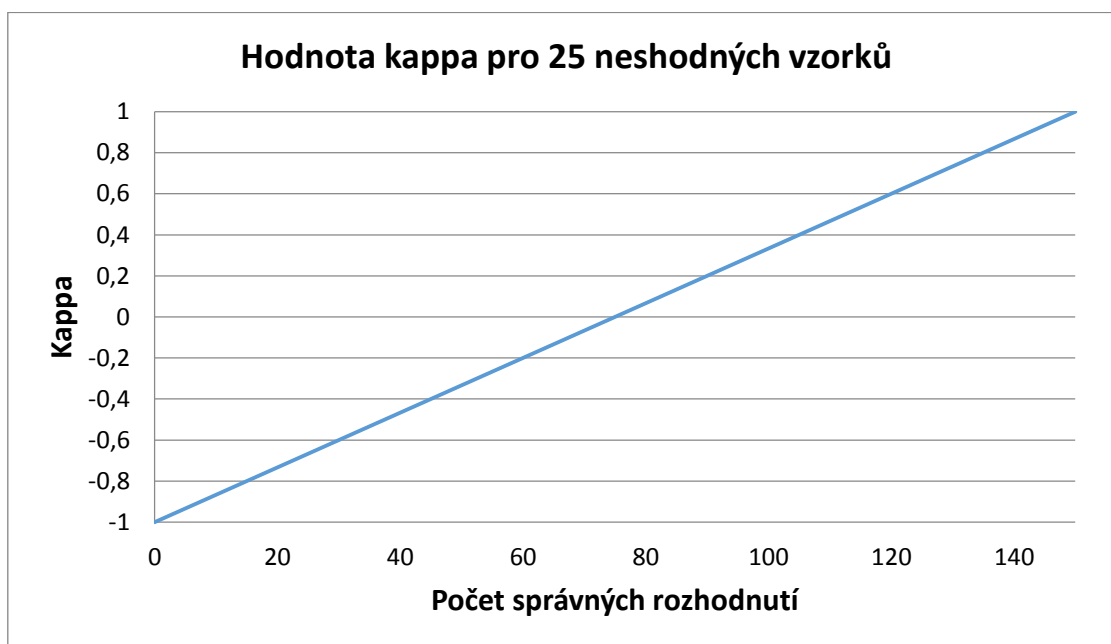
$$\kappa = \frac{p_0 - p_e}{1 - p_e} \quad (3)$$

Hodnoty ukazatel kappa se mohou pohybovat v rozmezí od -1 do 1. Hodnoty ukazatele kappa větší než 0,9 značí výbornou shodu mezi operátorem a referenčním hodnocením, resp. hodnocením dvou operátorů. Naopak hodnoty kappa menší než 0,4 znamenají nevyhovující shodu.

## Nedostatky ukazatele kappa

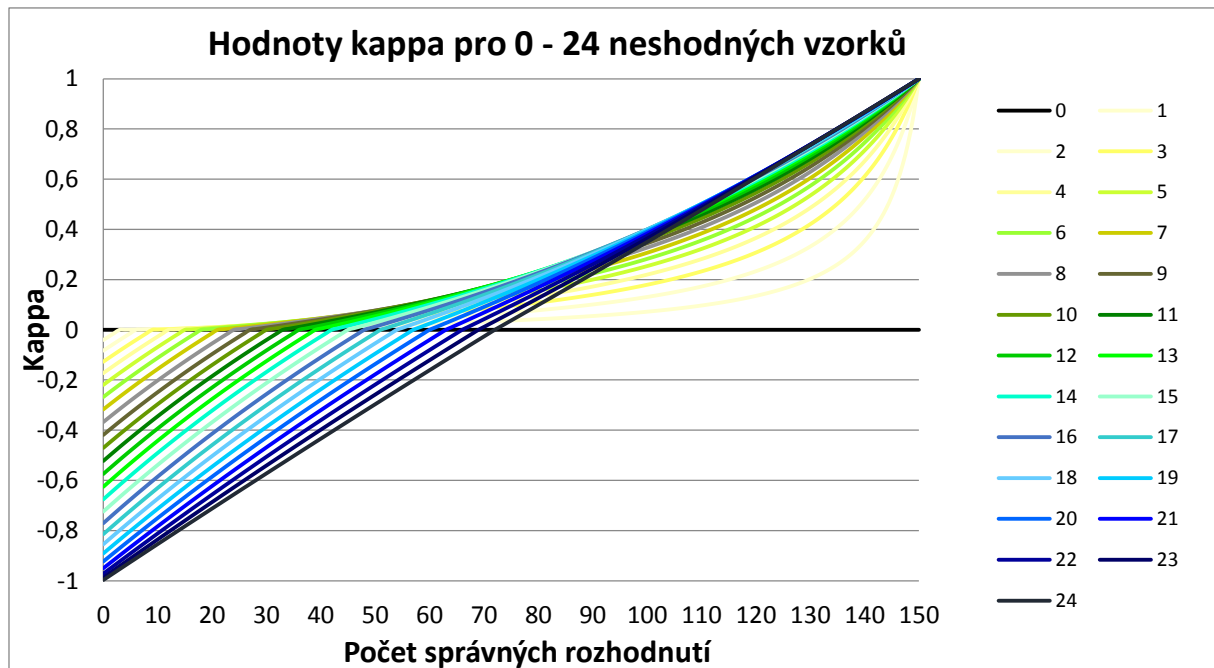
Nejdůležitější oblastí využívající hodnotu ukazatele kappa jako měřítka kvality systému kontroly je hodnocení shody mezi operátorem a referenčním hodnocením. Základním vstupním parametrem metody křížových tabulek je počet vzorků (dílů) použitých k aplikaci této metody. K analýze systému kontroly metodou křížových tabulek by mělo být použito dostatečné množství vzorků (50) u nichž jsou známy jejich referenční hodnoty, resp. referenční hodnocení. Mezi vybranými vzorky by měl být určitý podíl neshodných vzorků, aby bylo dosaženo co nejrelevantnějších výsledků analýzy. Ani jedna z používaných metodických příruček neuvádí doporučený počet neshodných vzorků. Uveden rovněž není doporučený rozsah počtu neshodných vzorků použitých k analýze. Vzhledem ke způsobu výpočtu hodnoty ukazatele kappa je možné předpokládat, že počet použitých neshodných vzorků bude ovlivňovat možný rozsah hodnot kappa. [3]

Při polovičním zastoupení neshodných vzorků, použitých k analýze atributivních systémů měření, se hodnota ukazatele kappa pohybuje v rozmezí od -1 (operátor neučinil ani jedno správné rozhodnutí) do hodnoty 1 (operátor učinil správné rozhodnutí ve všech případech). Rozsah možných hodnot kappa v závislosti na počtu správných rozhodnutí učiněných operátorem pro poloviční podíl neshodných vzorků (25), je přehledně zobrazen na obrázku 1.



Obr. 1: Rozsah hodnot kappa pro poloviční podíl neshodných vzorků

Ze sestrojeného grafu je patrné, že v případě rovnoměrného podílu shodných a neshodných vzorků se hodnota ukazatele kappa mění rovnoměrně. V praxi je však možné se často setkat se situací, kdy není z nejrůznějších důvodů možné zajistit rovnoměrný podíl shodných a neshodných vzorků použitých pro analýzu. Jakým způsobem se mění hodnota ukazatele kappa v případě menšího než polovičního zastoupení vzorků, je přehledně prezentováno na obrázku 2. [4]



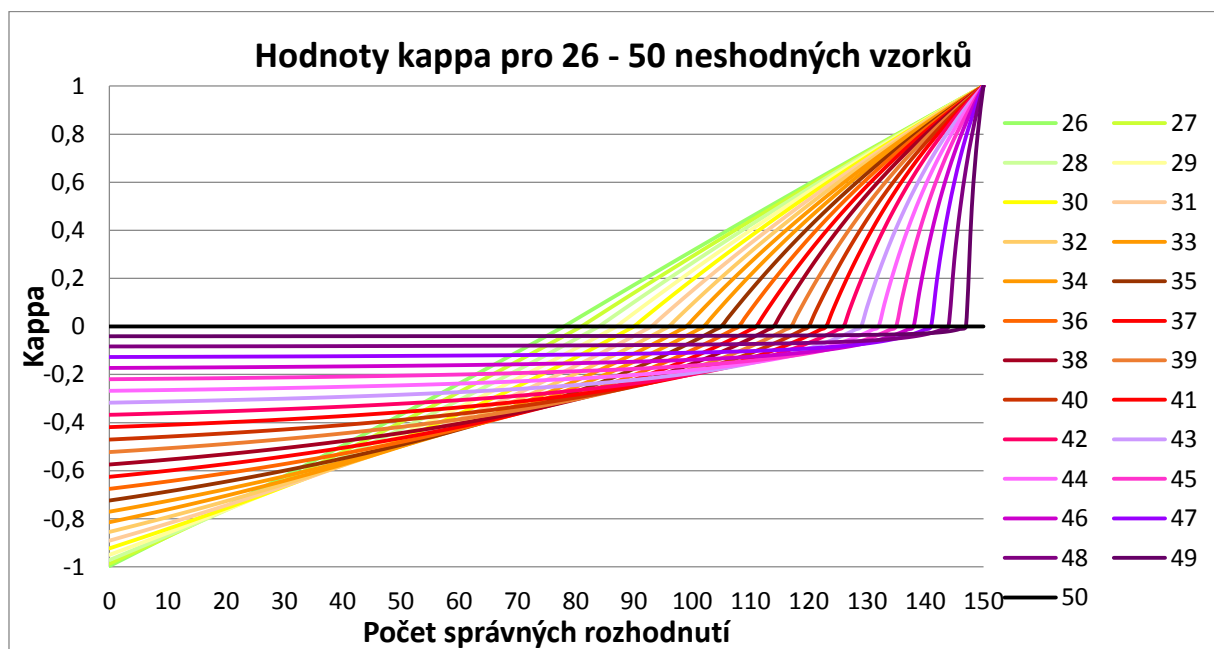
Obr. 2: Rozsah hodnot kappa pro nízký podíl neshodných vzorků

Při analýze zobrazených údajů si lze povšimnout, že při nízkých počtech neshodných vzorků použitých k analýze atributivních systémů měření, není možné dosáhnout celého rozsahu hodnot kappa. Například v případě použití deseti neshodných vzorků bude hodnota ukazatele kappa v případě nulové shody operátory s referencí rovna hodnotě -0,47. Z průběhu sestrojených křivek je zřejmé, že nárůst hodnot ukazatele kappa při zvyšujícím se počtu správných rozhodnutí učiněných operátorem není lineární. Zvláštním případem je pak situace, kdy nebyl pro vyhodnocení kvality atributivního systému měření použit ani jeden neshodný vzorek. V tomto případě nemůže být hodnota ukazatele kappa různá od nuly, a proto nelze v tomto případě hodnotu kappa vyhodnotit a realizace analýzy atributivního systému měření v tomto případě ztrácí smysl. [5]

Kromě nižších podílů neshodných vzorků použitých k analýze může nastat opačná situace, kdy (především v případě procesů produkujících vysoké procento neshodných výrobků) bude

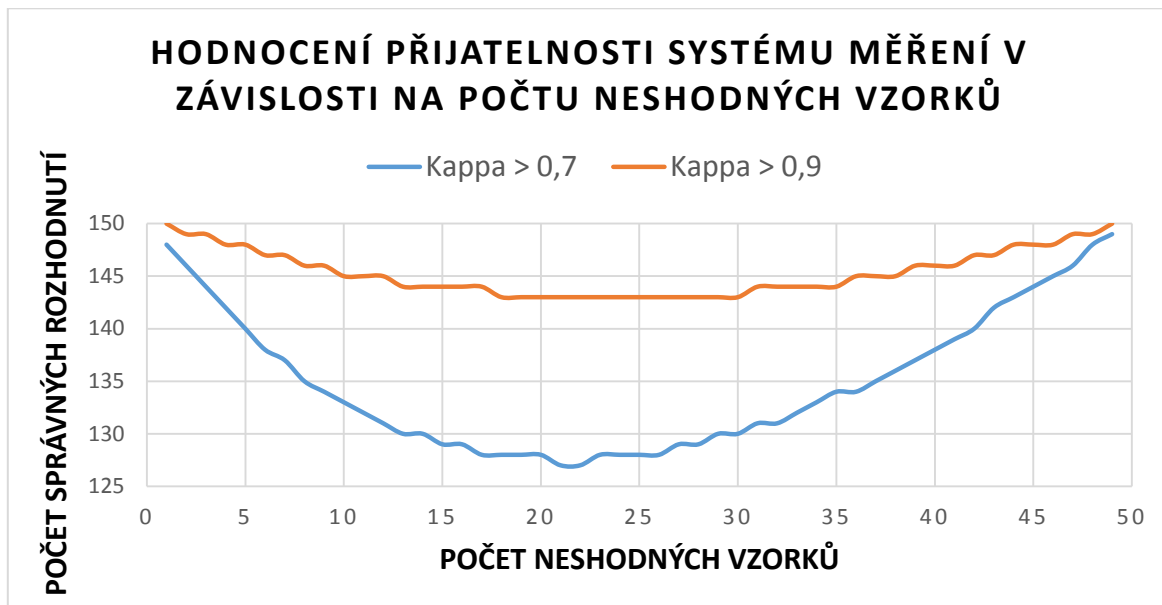
pro analýzu požit nadpoloviční podíl neshodných vzorků (26 – 50). Tato situace je zobrazena na obrázku 3.

Také v tomto případě si lze povšimnout, že při vyšších počtech neshodných vzorků použitých k analýze atributivních systémů měření není možné dosáhnout celého rozsahu hodnot kappa. Například při použití čtyřiceti neshodných vzorků a žádném správném rozhodnutí bude ukazatel kappa dosahovat hodnoty  $-0,47$ . Jedná se o stejnou hodnotu jako v případě deseti neshodných vzorků.



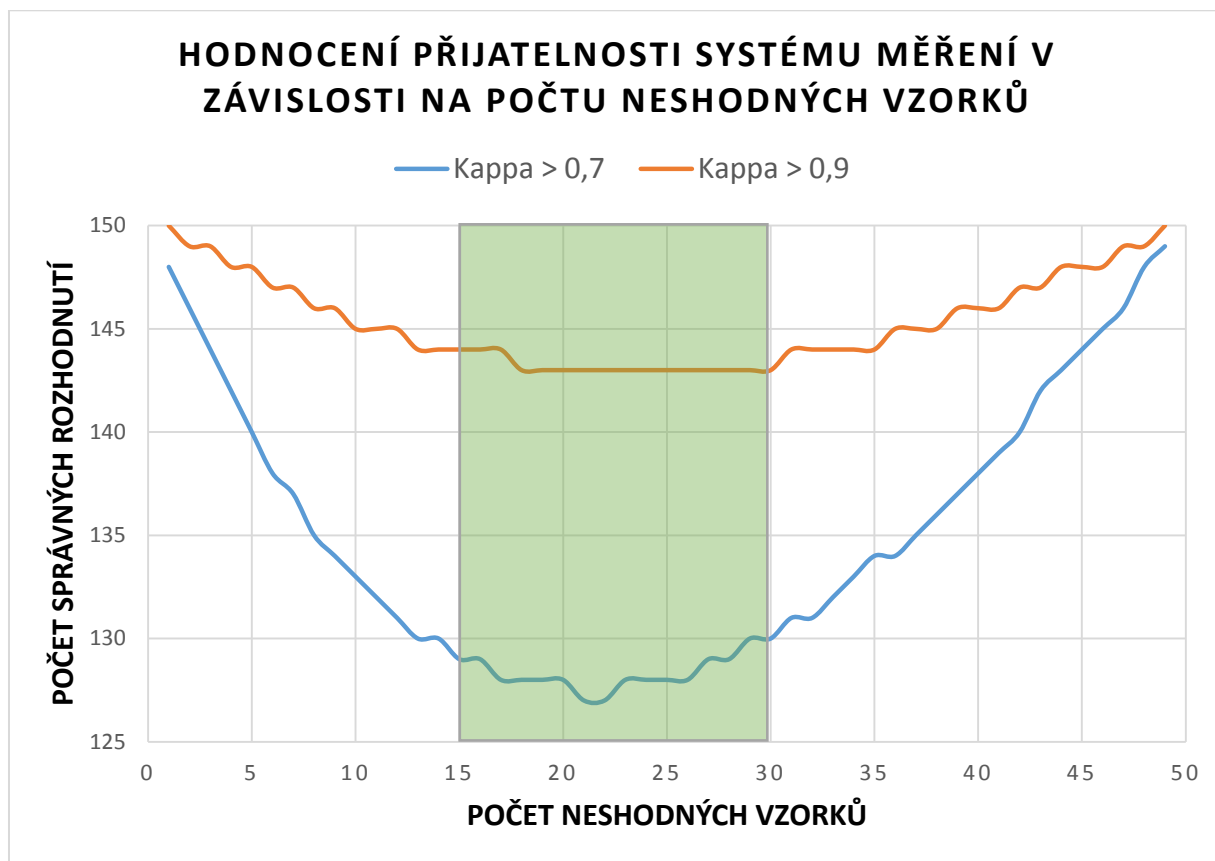
Obr. 3: Rozsah hodnot kappa pro vysoký podíl neshodných vzorků

Z výše uvedených poznatků je zřejmé, že pro dosažení limitních hodnot ukazatele kappa pro podmíněčně přijatelný (0,7) resp. přijatelný systém měření (0,9), bude při různém počtu neshodných vzorků použitých k analýze nutné dosáhnout různého počtu správných rozhodnutí vzhledem k referenci. Změna počtu správných rozhodnutí v závislosti na počtu neshodných vzorků, jež musí být učiněny, aby bylo dosaženo požadovaných hodnot ukazatele kappa, je zobrazena na obrázku 4.



Obr. 4: Závislost počtu správných rozhodnutí na počtu neshodných vzorků

Ze sestrojených křivek (viz obr. 4) lze pozorovat, že při snižujícím se podílu neshodných vzorků využitých k analýze atributivních systémů měření roste počet správných rozhodnutí, která musí operátor učinit, aby byla shoda s referenčním hodnocením vyhodnocena jako přijatelná. Stejně zjištění platí rovněž pro zvyšující se podíl neshodných vzorků. Použití příliš malých nebo naopak příliš velkých počtů neshodných výrobků tedy klade větší nároky na správnost hodnocení operátorů. Například v případě použití pěti neshodných vzorků bude muset operátor učinit 140 správných rozhodnutí, aby hodnota ukazatele kappa pro hodnocení shody mezi operátorem a referenčním hodnocením dosáhla minimálně požadované hodnoty 0,7. Naopak v případě polovičního podílu neshodných vzorků (25) musí operátor učinit pouze 128 správných rozhodnutí, aby dosáhl požadované hodnoty 0,7. Jeho chybovost tak může být v případě použití 25 neshodných vzorků více než 2x větší, než v případě použití 5 neshodných vzorků. Vhodnou volbou počtu neshodných vzorků tedy lze snížit „přísnost“ ukazatele kappa. Nejmenší přísnosti ukazatele kappa, a tím pádem i celé metody křížových tabulek, lze dosáhnout při použití neshodných vzorků přibližně v rozmezí 15 – 30 neshodných vzorků. V tomto rozpětí se počet nutných správných rozhodnutí pohybuje v rozmezí 127 – 130 (zelená oblast v obrázku 5).

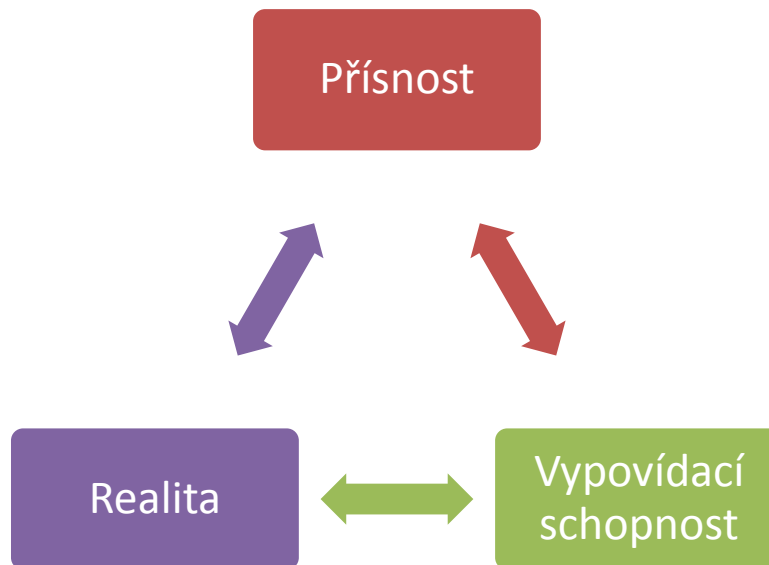


Obr. 5: Interval počtu neshodných vzorků pro nejmenší přísnost ukazatele kappa

### Doporučení k výběru neshodných vzorků

Na základě zjištění prezentovaných v předchozích kapitolách je možné definovat některá opatření, která by mohla zmenšit, resp. eliminovat vliv výše popsaných parametrů (počet neshodných vzorků, počet špatných rozhodnutí, větší počet oblastí).

Největší pozornost byla věnována analýze nedostatků ukazatele kappa, jehož možná hodnota není závislá pouze na počtu správných/špatných rozhodnutí operátorů (žádoucí závislost), ale také na počtu neshodných vzorků použitých k realizaci analýzy. Jelikož metodické příručky neuvádějí jasné doporučení, týkající se počtu neshodných vzorků použitých k analýze, je potřeba věnovat výběru vzorků zvýšenou pozornost. Při tomto výběru musí být bráno v potaz několik protichůdných požadavků, resp. hledisek na složení vzorků použitých k analýze systému měření metodou srovnáváním. Tato hlediska jsou zobrazena na obrázku 6.



Obr. 6: Hlediska výběru počtu neshodných vzorků

Prvním hlediskem, které je nutné brát v potaz je přesnost, resp. náročnost na přesnost hodnocení operátorů. Jak lze vyzorovat z průběhu křivek zobrazených v obrázku 5, při nižším nebo naopak vyšším počtu použitých neshodných vzorků musí operátor pro dosažení požadované úrovně ukazatele kappa učinit více správných rozhodnutí (menší prostor pro špatná rozhodnutí) než v případě, kdy je podíl neshodných a shodných vzorků vyrovnaný. Nejmenší přesnosti při výpočtu ukazatele kappa tak dosáhneme v případě použití 15 – 30 neshodných vzorků. Naopak v případě použití 5 nebo 45 neshodných vzorků bude tato přesnost více než dvojnásobná.

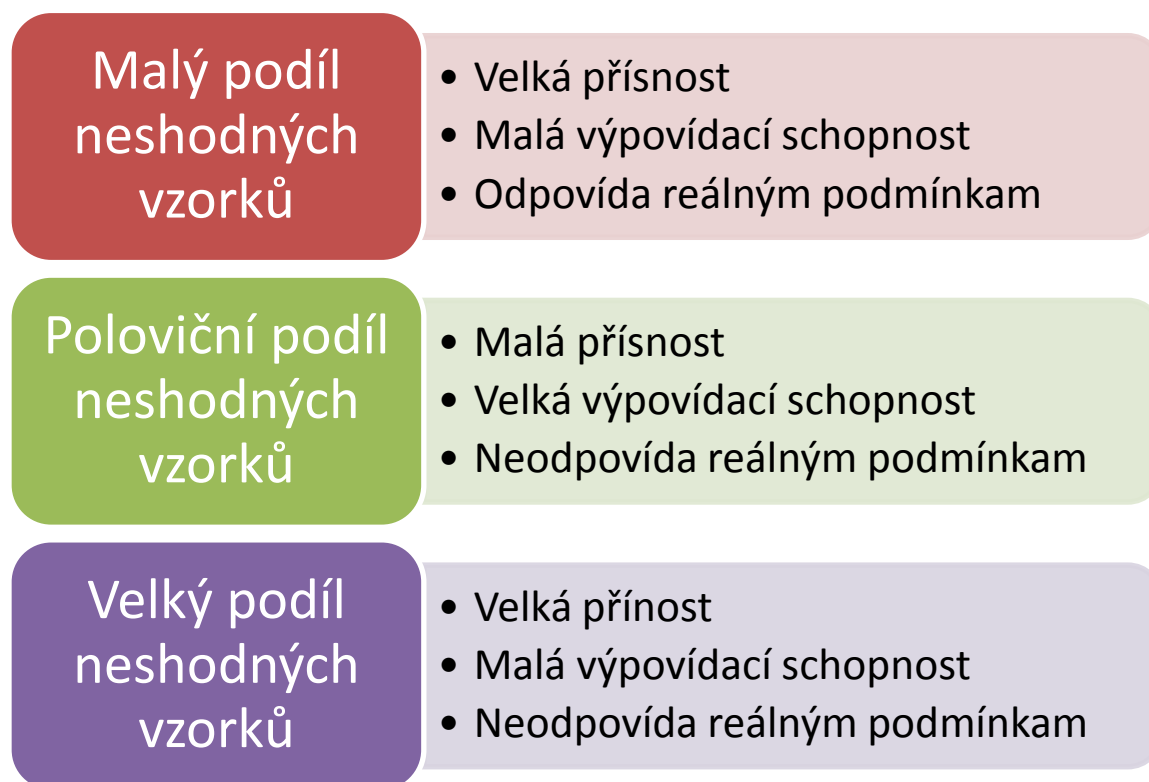
Dalším hlediskem, které je nutné brát při volbě počtu neshodných vzorků je relevantnost, neboli vypovídací schopnost celé analýzy. V případě použití malého počtu neshodných vzorků nebude pokryta celá škála možných projevů zkoumané vady (neshody) a dosažené výsledky nemusí z tohoto důvodu být zcela relevantní. Naopak v případě použití velkého počtu neshodných vzorků, nebude pokryta celá škála na straně shodných vzorků. Z hlediska relevantnosti je tedy vhodné volit přibližně poloviční podíl neshodných vzorků.

Posledním uvažovaným hlediskem je reálnost provádění analýzy systému měření metodou srovnávání. Protože výrobní proces, v rámci kterého sledujeme na určeném výrobku (vzorku) zvolený atributivní znak kvality, zpravidla nedosahuje tak nízké úrovně kvality, kdy produkuje polovinou neshodných výrobků, neodpovídá poloviční zastoupení neshodných vzorků pro analýzu realitě výrobního procesu. Pro určité typy atributivních znaků kvality a určité typy kontroly byl odpozorován fakt, že operátoři dosahují menší chybovosti



kontroly v případě nízkého podílu neshodných výrobků v jasně stanoveném kontrolovaném množství (viz. diplomová práce Radima Macka [3]). Zjednodušeně řečeno, podmínky, za kterých je analýza systému měření atributivních znaků kvality prováděna, neodpovídají reálným podmínkám.

Shrnutí všech tří hledisek pro tři různé podíly neshodných vzorků se nachází na obrázku 7.



Obr. 7: Vliv hledisek při různém podílu neshodných vzorků

## Závěr

V rámci tohoto článku byly podrobně analyzovány nedostatky ukazatele kappu používaného při analýze systému měření atributivních znaků kvality pomocí metody křížových tabulek. Jako hlavní faktor byl posuzován počet neshodných vzorků použitých k analýze. Na základě prezentovaných výsledků byla následně definována některá doporučení, jež mohou přispět k úspěšnější aplikaci postupů a metod analýza systému měření atributivních znaků kvality v praxi. V potaz byla brána zejména hlediska přísnosti analýzy, realističnosti jejího provedení a také vypovídací schopnost získaných výsledků. Podrobnější informace o tomto problému lze najít také v [6].

*Tento článek byl zpracován v rámci projektu specifického výzkumu č. SP2018/97, který byl řešen na Fakultě metalurgie a materiálového inženýrství, VŠB-TU Ostrava za podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy.*

### **Použitá literatura**

- [1] *Analýza systémů měření (MSA)*. Praha: Česká společnost pro jakost, 2010, 231 s. ISBN 978-80-02-02323-5.
- [2] *VDA 5 – Vhodnost kontrolních procesů*. 2. vyd., Praha: Česká společnost pro jakost, 2011, 168s., ISBN 978-80-02-02307-4.
- [3] MACEK, R. *Rozvoj přístupů k analýzám systému měření v případě kontroly atributivních znaků kvality*. Diplomová práce. VŠB – TU Ostrava, katedra managementu kvality, 2015, 83s.
- [4] LUBOJACKÁ, A. *Vyhodnocování projekce extrudovaných profilů na měřicím zařízení Keyence*. Bakalářská práce. VŠB – TU Ostrava, katedra kontrola řízení jakosti, 2013, 44s.
- [5] MONTGOMERY, Douglas C. *Introduction to statistical quality control*. 6th ed. Hoboken, N. J.: Wiley, c2009. ISBN 978-0-470-16992-6.
- [6] HADVIČÁKOVÁ, J.: *Rozbor současných přístupů k analýzám systémů měření atributivních znaků kvality*. Diplomová práce. VŠB – TU Ostrava, katedra managementu kvality, 2018, 75s.