NEPARAMETRICKÉ A ROBUSTNÍ METODY - ŘEŠENÍ NEVÝHOD KLASICKÝCH SHEWHARTOVÝCH REGULAČNIÍCH DIAGRAMŮ

Ing. Tereza Smajdorová
Katedra managementu kvality FMMI, VŠB-TU Ostrava
E-mail: tereza.smajdorova@vsb.cz

Abstrakt

V tomto příspěvku jsou představeny nevýhody klasických Shewhartových regulačních diagramů a možnosti statistické regulace procesu (SPC), které se mohou využívat v případě, kdy nejsou splněny základní předpoklady o datech (normální rozdělení, konstantní střední hodnota a rozptyl, nezávislost). V praxi nemusí být tyto předpoklady o datech vždy splněny. Článek má za cíl přiblížit některé neparametrické a robustní regulační diagramy, které se mohou využít při nesplnění předpokladů o datech.

Klíčová slova

Statistická regulace procesu, Shewhartovy regulační diagramy, neparametrické regulační diagramy, Shewhartův znaménkový regulační diagram

Abstract

This paper presents the disadvantages of the classic Shewhart control charts and some possibility of statistical process control (SPC) that can be used when the basic assumptions about the data (normality, constant mean and variance, independence) are not met. In practice, those assumptions about the data are not necessarily always met. The aim of this article is to describe some non-parametric and robust control charts that can be used when the data assumptions are not met.

Keywords

Statistical process control, Shewhart control diagram, non-parametric control chart, Shewhart sign control chart

1 ÚVOD

Statistická regulace procesu je bezprostřední a průběžná kontrola procesu, založená na matematicko-statistickém vyhodnocování dat. Pokud podnik chce trvale dosahovat vysoké kvality, musí systematicky sbírat, zpracovávat a analyzovat dostupná data z výroby a závěry z analýzy využívat k neustálému zlepšování. Pro použití klasických Shewhartových regulačních diagramů musí být splněny určité základní předpoklady o datech. Ve výrobní praxi však tyto základní předpoklady ne vždy lze naplnit. Cílem příspěvku je zdůraznit nevýhody klasických Shewhartových regulačních diagramů a odpovědět na otázku, jakým způsobem lze řídit výrobní proces, když nejsou splněny základní předpoklady o datech.

2 KLASICKÉ SHEWHAROVY REGULAČNÍ DIAGRAMY

Statistická regulace procesu umožňuje provádět zásahy do procesu, a to na základě včasného odhalování odchylek od předem stanovené úrovně. Je realizována pravidelnou kontrolou regulované výstupní veličiny. Zjišťuje se, zda odpovídá zákazníkem požadované úrovni. Dosažení požadované úrovně procesu vyžaduje důkladnou analýzu variability procesu. [11]

Většina publikací o SPC se zaobírá procesy, které splňují základní předpoklady o datech nutné pro použití klasických Shewhartových diagramů. Mezi tyto předpoklady patří: [4]

- vyhovující způsobilost měřicího systému,
- normální rozdělení znaku kvality,
- konstantní střední hodnota a rozptyl,
- vzájemná nezávislost hodnot znaku kvality,
- dostatečný počet dat,
- citlivost na větší změny procesu,
- sledování 1 znaku kvality na jednotce produktu. [3]

Hlavním nástrojem statistické regulace procesu je regulační diagram. Ten slouží k rozhodování, zda je proces statisticky stabilní nebo ne. Zobrazuje vývoj variability procesu v čase a využívá principů testování statistické hypotézy. Regulační diagram se skládá z centrální přímky CL, horní regulační meze UCL a dolní regulační meze LCL. Centrální přímka odpovídá požadované hodnotě dané charakteristiky. Horní a dolní regulační mez vymezuje pásmo působení náhodných příčin variability. Na ose x je vynášeno pořadí podskupin. Na osu y je vynášená daná výběrová charakteristika použitá jako testová statistika v daném regulačním diagramu. Proces lze považovat za statisticky stabilní, pokud hodnoty výběrové charakteristiky pro všechny podskupiny leží uvnitř regulačních mezí a pokud netvoří různá nenáhodná seskupení. [7]

2.1 Riziko falešného a chybějícího signálu

Přistupujeme-li ke statistické regulaci procesu jako k testování statistické hypotézy, musíme pro regulovanou veličinu stanovit nulovou a alternativní hypotézu o hodnotách parametrů pravděpodobnostního rozdělení. Nulová hypotéza by měla být stanovena tak, aby při jejím přijetí proces splňoval požadavky na kvalitu. K zamítnutí nulové hypotézy dojde v případě, že se v regulačním diagramu objeví bod mimo meze nebo různá nenáhodná seskupení. Zamítnutí nulové hypotézy je signálem, že proces není ve statisticky stabilním stavu a je nutný zásah do procesu.

Při každém testování statistické hypotézy existují rizika chyby prvního a druhého druhu. V případě statistické regulace procesu jde o riziko falešného a chybějícího signálu.

Riziko chyby prvního druhu neboli riziko falešného signálu α je pravděpodobnost zbytečného vyhledávání vymezitelné příčiny na základě signálu z regulačního diagramu, že proces není statisticky stabilní, přestože ve skutečnosti k žádné takové situaci nedošlo. S tím jsou spojeny náklady na hledání neexistující vymezitelné příčiny. [7]

Pravděpodobnost chyby druhého druhu, tedy riziko chybějícího signálu β, je pravděpodobnost, že regulační diagram neodhalí působení vymezitelné příčiny včas. Náklady na tuto chybu jsou tvořeny výdaji na odstranění neshod vzniklých působením vymezitelné příčiny, protože se do procesu nezasáhlo. [7]

2.2 Předpoklady o datech a jejich ověřování

Při posuzování statistické stability a způsobilosti procesu se vychází z určitých předpokladů o rozdělení regulované veličiny. Mezi tyto předpoklady mimo jiné patří nezávislost dat, normální rozdělení pravděpodobnosti a konstantní střední hodnota a rozptyl. Aby mohly být požity klasické Shewhartovy regulační diagramy, musí být platnost těchto předpokladů předem ověřena. Toto ověření se provádí pomocí různých statistických testů nebo grafických nástrojů. [7]

2.2.1 Normalita

Normální rozdělení je základní předpoklad pro aplikaci klasických Shewhartových diagramů. Pokud tento předpoklad není splněn, lze očekávat, že regulační diagramy nebudou mít očekávané vlastnosti. U klasických Shewhartových diagramů lze očekávat vyšší pravděpodobnost falešného signálu. [7]

Pro ověření normality mohou být použity tyto testy a grafické metody:

- Shapiro - Wilkův test

  Tento test je založen na analýze rozptylu. Hodnota jeho testové statistiky vyjdřuje, jak těsně body přiléhají k přímce jimi proložené. [7]

- Andersonův - Darlingův test

  Jde o modifikaci Kolmogorova – Smirnova testu a slouží pro identifikaci rozdělení z výběrového souboru dat. Tento test má pro každé rozdělení specifické kritické hodnoty. [12]

- Q - Q graf

  Tento typ grafu porovnává kvantily experimentálního a vybraného teoretického rozdělení (tedy vlastně vzestupně uspořádané naměřené hodnoty a odpovídající hodnoty stanovené pomocí příslušné pravděpodobnostní funkce daného rozdělení). Jsou konstruovány tak, že pokud experimentální rozdělení plně odpovídá teoretickému, potom je grafem přímka. Jakékoli odchylky od tohoto „ideálního“ tvaru indikují odchylky od předpokládaného teoretického rozdělení. [12]

- Normal-probability plot

  Patří mezi P-P grafy a jde o alternativu ke Q-Q grafům. Porovnává se distribuční funkce výběru se standardizovanou distribuční funkcí zvoleného teoretického rozdělení, v případě tohoto grafu s distribuční funkcí normálního rozdělení. [7]

Při ověřování normality je vhodné zvolit kombinace více různých testů. Pokud se výsledky testů shodují, je rozhodnutí snadné. V případě, že výsledky testů se liší, je nutné provést jejich rozbor a najít příčinu těchto rozporů. [7]

2.2.2 Nezávislost

Nezávislost dat lze vyjádřit jako náhodné kolísání kolem střední hodnoty. Pro testy nezávislosti nulovou hypotézu definujeme jako H0: data jsou nezávislá. Pro ověření nezávislosti lze využít:

- Znaménkový test

  Stanoví se medián a původní posloupnost hodnot se nahradí znaménky “+”, je-li hodnota větší než medián, a znaménky “-“, pokud je hodnota menší než medián. Iterací se míní posloupnost stejných znamének. V případě platnosti nulové hypotézy by se počet iterací neměl příliš lišit od střední hodnoty, která souvisí s celkovým počtem pozorování. [7]

2.2.3 Shoda středních hodnot a rozptylů

Pro ověření shody střední hodnoty lze využít t-test, nulová hypotéza je definována jako H_0: $\mu=\mu_0$.

Pro testy shody rozptylů je možno využít F-test, kde nulová hypotéza je stanovena H_0: $\sigma^2_1 = \sigma^2_2$.

Pro shodu rozptylů v případě porovnávání více než dvou datových souborů se využívají také například Leveneho nebo Brown - Forsythův test. [7]

3 NEPARAMETRICKÉ A ROBUSTNÍ REGULAČNÍ DIAGRAMY

Klasické statistické postupy jsou z velké části parametrické, to znamená, že použití modelu je závislé na mnoha parametrech, které je nutné ověřovat.

Opakem parametrických metod jsou metody neparametrické. Ty jsou nezávislé nebo jen málo závislé na tvaru rozdělení pravděpodobnosti. Tyto metody mají dobré vlastnosti pro celou řadu rozdělení, ale za tuto univerzálnost musíme zaplatit svou daň, a tou je ztráta vydatnosti.

Oproti neparametrickým metodám mají robustní metody tu výhodu, že si zachovávají dobré vlastnosti v okolí určitého základního rozdělení pravděpodobnosti. A na rozdíl od neparametrických metod jsou vydatnější.

Neparametrické metody mají oproti metodám parametrickým řadu výhod:

- získané závěry jsou nezávislé na tvaru rozdělení,
- lze je použít, i když je typ rozdělení neznámý,
- využívají se v případech, kdy je rozsah výběru příliš malý,
- mohou se využít i pro ordinální (pořadové) proměnné, některé i pro nominální (slovní) proměnné,
- při malém rozsahu je výpočet testovacích charakteristik poměrně jednoduchý,
- mají větší odolnost na výskyt odlehlých hodnot.

Mezi nevýhody neparametrických metod patří vyšší pravděpodobnost chyby druhého druhu, což znamená, že častěji dochází k přijetí nulové hypotézy, která neplatí. Tuto pravděpodobnost lze snížit zvětšením rozsahu výběru. [6,13] Využití neparametrických a robustních regulačních diagramů je vhodné nejen u procesů, u kterých není splněna normalita nebo nezávislost dat, ale je vhodné je používat zejména v začátcích zavádění SPC, kdy ještě není k dispozici dostatečné množství dat. [6]

V následující tabulce 1 jsou uvedena typická porušení předpokladů v různých odvětvích.

Tab. 1 Typická porušení předpokladů [9]

odvětví/technologie/ veličina	normalita	nezávislost	konstantní střední hodnota	konstantní rozptyl
mechanické strojírenství, automobilový průmysl (rozměry)	-	-	-	-
mechanické zkoušky (pevnost, pružnost,…)	x	-	-	x
chemie, metalurgie, hutnictví (koncentrac, obsahy)	-	x	x	x
chemie, metalurgie, hutnictví (ostatní fyzikální parametry)	-	x	x	x
životní prostředí (různé koncentrace)	x	x	x	x
elektrické veličiny	-	-	-	x
energetika	x	x	x	x
plasty, polymery, textil, fyzikálně - mechanické veličiny	x	-	x	-
biochemie, farmacie, potravinářství	x	x	-	-
ekonomické a finanční ukazatele	x	x	x	-
sociologie, lidské zdroje	x	x	x	x

Dále jsou v tabulce 2 uvedeny vzorce pro výpočet střední přímky CL, regulačních mezí LCL a UCL a potřebných charakteristik u některých neparametrických a robustních regulačních diagramů, které lze využít, pokud nejsou splněny základní předpoklady o datech. Jde o Shewhartův znaménkový regulační diagram, neparametrický regulační diagram CUSUM, neparametrický regulační diagram EWMA, neparametrický regulační diagram progresivního průměru, neparametrický regulační diagram založený na Moodově statistice a robustní regulační diagram MAD.

Tab. 2: Vzorce pro výpočet mezí a charakteristik [1, 2, 5, 8, 10]

Regulační diagram (RD)	LCL	UCL	UCL	Charakteristika
Shewhartův znaménkový RD	$LCL = -1 \cdot (2 \cdot t - n)$	$CL = 0$	$UCL = 2 \cdot t - n$	$SN_i = \sum_{j=1}^{n} sign\,(x_{ij} - \theta_0)$
Neparametrický CUSUM			$UCL = h$ (z tabulky)	$S_j(m,n) = \max\{0, S_{j-1}(m,n) + SMW_{j(m+n)} - k\}$
Neparametrický EWMA	$LCL = \frac{n}{2} - k * \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} * \left(1/4n\right)}$	$CL = \frac{n}{2}$	$UCL = \frac{n}{2} + k * \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} * \left(1/4n\right)}$	$G_t = \lambda N_t + (1-\lambda) G_{t-1}$
Neparametrický RD progresivního průměru	$LCL_t = \mu_0 - 3 * \frac{\sigma_0}{\sqrt{t}}$	$CL_t = \mu_0$	$UCL_t = \mu_0 + 3 * \frac{\sigma_0}{\sqrt{t}}$	$PM_t = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_t}{t} = \frac{\sum_{i=1}^{t} X_i}{t}$
Neparametrický RD založený na Moodově statistice	$LCL = E(M_{m,n}) - c * \sqrt{\mathrm{var}(M_{m,n})}$		$UCL = E(M_{m,n}) + c * \sqrt{\mathrm{var}(M_{m,n})}$	$M_{m,n} = \sum_{i=1}^{m} \left(R_i - \frac{N+1}{2}\right)^2$, where $N = m+n$
Robustní RD MAD	$LCL = B_5^* \overline{MAD}$	$CL = c_4^* \overline{MAD}$	$UCL = B_6^* \overline{MAD}$	$MADj = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} median\,\lvert X_i - MDj \rvert$

4 ZÁVĚR

V článku byly diskutovány a zdůrazněny hlavní nevýhody klasických Shewhartových regulačních diagramů a hledána odpověď na otázku, jaké lze použít metody SPC, když nejsou splněny základní předpoklady o datech.

Poděkování

Tento článek byl zpracován jako součást projektu specifického výzkumu č. SP2017/63, řešeného na fakultě metalurgie a materiálového inženýrství VŠB-TU Ostrava.

Použitá literatura

[1] ABBASI, S. A., et al. *Nonparametric Progressive Mean Control Chart for Monitoring Process Target*.Quality and Reliability Engineering International. 2013, **29**(7), 1069-1080. DOI: 10.1002/qre.1458. ISSN 07488017. Dostupné také z: http://doi.wiley.com/10.1002/qre.1458

[2] ABU-SHAWIESH, M. O. A. *A Simple Robust Control Chart Based on MAD.* Journal of Mathematics and Statistics. Science Publications, 2008, 4(2), 102-107. ISSN 1549-3644.

[3] BAKIR, S. T. *Classification of distribution-free quality control charts*. 2001. Dostupné z: http://www.amstat.org/sections/SRMS/Proceedings/y2001/Proceed/00088.pdf

[4] BAKIR, S. T., et al. *A Simple Nonparametric Quality Control Chart For Monitoring Students' GPAs.* 2015. Dostupné z:

http://www.researchgate.net/publication/273984642_A_Simple_Nonparametric_Quality_Control_Chart_For_Monitoring_Students%27_GPAs

[5] GRAHAM, M., et al. *A nonparametric exponentially weighted moving average signed-rank chart for monitoring location.* Dostupné z:

http://repository.up.ac.za/bitstream/handle/2263/19376/Graham_Nonparametric(2011).pdf?sequence=1

[6] CHAKRABORTI, S., et al. *Nonparametric Control Charts: An Overview And Some Results.* 2001. Dostupné z: http://207.67.83.164/pub/jqt/past/vol33_issue3/qtec_33_3_304.html

[7] JAROŠOVÁ, E., et al. *Pokročilejší metody statistické regulace procesu.* Praha: Grada Publishing, 2015. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5355-3.

[8] MCGILCHRIST, C. A.; et al. *Note on a distribution-free CUSUM technique.* Technometrics, 1975, 17.3: 321-325.

[9] MELOUN, Milan. *Kontrola a řízení jakosti* [online]. In: . s. 42 [cit. 2017-05-09]. Dostupné z:

https://meloun.upce.cz/docs/research/chemometrics/methodology/10metody.pdf

[10] MURAKAMI, H., et al. *A nonparametric control chart based on the Mood statistic for dispersion*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2010, **49**(5-8), 757-763. DOI: 10.1007/s00170-009-2439-3. ISSN 0268-3768. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/s00170-009-2439-3

[11] NENADÁL, J., et al. *Moderní management jakosti: principy, postupy, metody*. Praha: Management Press, 2008. ISBN 978-80-7261-186-7.

[12] ŠALDA, Zbyňek. *Nejistoty měření a statistické modely*. Brno, 2010. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky. Vedoucí práce Ing. František vdoleček, CSc.

[13] ŠTIGLIC, M. *Neparametrické štatistické metódy a ich ekonomické aplikácie.* Košice, 2009. Dostupné také z: http://web.ics.upjs.sk/svoc2009/prace/3/Stiglic.pdf. Študentská vedecká konferencia. Slovenská technická univerzita v Bratislave, Stavebná fakulta. Vedoucí práce Prof. RNDr. Magda Komorníková CSc.