STUDIE R&R S NEOPAKOVATELNÝM MĚŘENÍM

doc. Ing. Eva Jarošová, CSc.
Katedra logistiky, kvality a automobilové techniky
ŠKODA AUTO Vysoká škola, o.p.s.
Na Karmeli 1457, 293 01 Mladá Boleslav
E-mail: eva.jarosova@savs.cz

Abstrakt

Článek uvádí přehled strategií a vhodných návrhů experimentů pro studie R&R, v nichž měření na jednotkách nelze za nezměněných podmínek opakovat. Návrhy experimentů jsou doplněny modely, které umožňují odhadnout opakovatelnost a reprodukovatelnost systému měření. Odhad opakovatelnosti je zkreslený; velikost zkreslení však lze vhodnou strategií omezit. U jednodušších návrhů (modelů) jsou uvedeny vzorce pro výpočet složek rozptylu, u složitějších modelů se odkazuje na výstupy procedur pro obecný lineární model (GLM).

Abstract

This paper brings the survey of strategies and suitable experimental designs for R&R studies where measurements cannot be repeated under unchanged conditions. The experimental designs are supplemented with models that are used to estimate repeatability and reproducibility of a measurement system. The estimate of repeatability is biased; however, a suitable strategy can reduce the bias. For simpler designs (models) the formulas for estimating variance components are given, in the case of more complex models procedure outputs of General Linear Models (GLM) are referred to.

ÚVOD

Dostatečná kvalita naměřených dat je důležitým předpokladem jejich správného vyhodnocení. Na kvalitu měření má vliv jak použitý měřicí přístroj, tak podmínky, v nichž měření probíhá, včetně operátora, který měření provádí; jde tedy o celý systém měření. K ověření způsobilosti systému měření se používá soubor metod označovaný jako MSA (Measurement System Analysis). Prostřednictvím studie R&R (Repeatability and Reproducibility) se zkoumají zdroje variability výsledků měření. Posuzuje se opakovatelnost - variabilita měření na stejné jednotce za stejných podmínek včetně operátora, který měření provádí, a reprodukovatelnost - vari-

abilita způsobená účastí různých operátorů či změnami jiných podmínek. Celková variabilita systému měření se potom porovnává s variabilitou procesu nebo s předepsanými mezemi a rozhoduje se, zda systém měření pro danou aplikaci vyhovuje.

Typicky se studie účastní několik operátorů, kteří pomocí stejného přístroje opakovaně měří několik vybraných jednotek. Používá se faktoriální návrh, zkoumanými faktory jsou jednotka a operátor. Standardní návrh experimentu i metody vyhodnocení jsou popsány v mnoha publikacích, viz např. [1], [3], [8], i v manuálech různých statistických softwarových produktů.

Problém nastává, mění-li se měřený znak na stejné jednotce během času, je-li jeho hodnota ovlivněna měřením nebo je-li měření destruktivní. V těchto případech se mluví o nereplikovatelných nebo destruktivních měřeních. Základní postup experimentu pro destruktivní R&R je uveden např. v [6]. Místo opakovaně měřené jednotky se použije skupina jednotek, které jsou z hlediska měřeného znaku podobné, a v experimentu se zkoumá několik takových skupin. Termín opakovatelnost v tomto případě poněkud ztrácí smysl, používá se však i zde. Odhad rozptylu prezentovaného jako opakovatelnost potom odráží nejen variabilitu způsobenou samotným měřicím zařízením, ale i rozdíly mezi jednotkami. Existuje proto snaha odhad opakovatelnosti zlepšit. Několik strategií, jak omezit vliv rozdílů mezi jednotkami, je uvedeno v [5].

Cílem článku je poskytnout přehled statistických modelů pro vyhodnocení destruktivní či nereplikovatelné studie R&R a naznačit postup odhadu složek rozptylu u různých návrhů experimentu. Uvažuje se zde pouze momentová metoda vycházející z tabulky ANOVA. Vzorce pro odhad ukazatelů využívajících příslušné rozptyly lze nalézt např. v [1]. V kapitole 1 je popsán model pro standardní návrh s opakovaným měřením, kapitola 2 představuje strategie doporučované pro neopakovatelná měření, kapitola 3 se zabývá návrhem pro dva faktory a v kapitole 4 jsou uvedeny ukázky návrhů pro tři faktory.

1 STANDARDNÍ NÁVRH

Standardně se používá úplný faktoriální návrh s replikacemi, zkoumanými faktory jsou operátor a jednotka. Studie se účastní I operátorů, kdy každý operátor měří každou z J jednotek r-krát. S ohledem na doporučovaný postup, kdy operátoři přistoupí k dalšímu měření stejné jednotky až poté, co bylo změřeno všech J jednotek, by se správně mělo uvažovat uspořádání do bloků tvořených jednotlivými replikami [10] a model by měl mít tvar

$$y_{ijk} = \mu + o_i + p_j + (op)_{ij} + b_k + e_{ijk} \tag{1}$$

$$i = 1, 2, ..., I;\ j = 1, 2, ..., J;\ k = 1, 2, ..., r$$

kde μ je konstanta (celková střední hodnota), $o_i, p_j, (op)_{ij}, b_k$ značí náhodné efekty faktoru operátor, jednotka, interakce obou faktorů a bloků, e_{ijk} představuje chybovou složku. Běžně se předpokládá, že nezáleží na tom, kdy se jednotka měří, a proto se používá jednodušší model bez blokového faktoru

$$y_{ijk} = \mu + o_i + p_j + (op)_{ij} + e_{ijk} \tag{2}$$

Náhodné efekty obou faktorů odpovídají představě, že měřené jednotky i operátoři účastnící se experimentu tvoří náhodný výběr; nejde tedy o vyjádření rozdílu mezi konkrétními jednotkami a konkrétními operátory, ale o měření variability mezi různými jednotkami a různými operátory obecně. Předpokládá se, že $o_i, p_j, (op)_{ij}$ a e_{ijk} jsou vzájemně nezávislé a normálně rozdělené náhodné proměnné s nulovými středními hodnotami a rozptyly po řadě $\sigma_o^2, \sigma_p^2, \sigma_{op}^2$ a σ^2. Rozptyl odezvy Y lze potom vyjádřit ve tvaru

$$Var(y_{ijk}) = \sigma_t^2 = \sigma_o^2 + \sigma_p^2 + \sigma_{op}^2 + \sigma^2 \tag{3}$$

Rozptyl σ^2 reprezentuje opakovatelnost, součet $\sigma_o^2 + \sigma_{op}^2$ reprodukovatelnost.

Odhad složek rozptylu na pravé straně rovnice (3) se provádí momentovou metodou. Vychází se přitom z analýzy rozptylu pro model se dvěma faktory a interakcí a z vyjádření střední hodnoty průměrných čtverců (tab. 1). Součty čtverců, stupně volnosti a průměrné čtverce se určí stejně jako v modelu s pevnými efekty, viz např. [8]. Střední hodnoty průměrných čtverců se odvodí na základě výše uvedených předpokladů.

Tab. 1 Střední hodnoty průměrných čtverců, ANOVA, model s náhodnými efekty

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	Střední hodnota průměrného čtverce
Operátor	*SSO*	$I - 1$	*MSO*	$\sigma^2 + r\sigma_{op}^2 + Jr\sigma_o^2$
Jednotka	*SSP*	$J - 1$	*MSP*	$\sigma^2 + r\sigma_{op}^2 + Ir\sigma_p^2$
Interakce	*SSOP*	$(I - 1)(J - 1)$	*MSOP*	$\sigma^2 + r\sigma_{op}^2$
Reziduální	*SSE*	$IJ(r - 1)$	*MSE*	σ^2

Položíme-li střední hodnotu průměrného čtverce rovnu průměrnému čtverci v sousedním sloupci, dostaneme řešením vzniklých rovnic odhady

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{MSO - MSOP}{Jr} \quad \hat{\sigma}_p^2 = \frac{MSP - MSOP}{Ir} \quad \hat{\sigma}_{op}^2 = \frac{MSOP - MSE}{r} \quad \hat{\sigma}^2 = MSE \tag{4}$$

Střední hodnoty průměrných čtverců se využijí i při konstrukci statistik F-testu významnosti jednotlivých efektů (podrobněji viz např. [8]).

Je-li interakce nevýznamná, model se zjednoduší na tvar

$$y_{ijk} = \mu + o_i + p_j + e_{ijk} \tag{5}$$

a složky rozptylu potom odhadujeme pomocí

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{MSO - MSE}{Jr} \quad \hat{\sigma}_p^2 = \frac{MSP - MSE}{Ir} \quad \hat{\sigma}^2 = MSE \tag{6}$$

jak vyplývá z výrazů pro střední hodnoty v tab. 2.

Tab. 2 Střední hodnoty průměrných čtverců, ANOVA, model bez interakce

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	Střední hodnota průměrného čtverce
Operátor	SSO	$I - 1$	MSO	$\sigma^2 + Jr\sigma_o^2$
Jednotka	SSP	$J - 1$	MSP	$\sigma^2 + Ir\sigma_p^2$
Reziduální	SSE	$IJr - I - J + 1$	MSE	σ^2

Pro studii R&R se obvykle doporučuje použít 10 jednotek, 3 operátory a 2 nebo 3 měření. Rozsah experimentu ovlivňuje šířku konfidenčních intervalů [3]. Vztah mezi šířkou intervalu a rozsahem výběru nelze explicitně vyjádřit, avšak Burdick a Larsen [4] na základě simulací doporučují volit 6 operátorů.

2 STRATEGIE PRO NEOPAKOVATELNÁ MĚŘENÍ

De Mast a Trip [5] uvádějí návrhy postupu při realizaci studie R&R pro neopakovatelná měření. Jejich návrhy lze rozdělit do čtyř skupin:

a) Předpokládaná homogenita jednotek

– Je-li možné připravit několik homogenních skupin jednotek (bloků) tak, že jednotky ve skupině mohou být považovány z hlediska měřeného znaku za téměř identické, použije se faktoriální návrh (viz kap. 3). Nelze od sebe oddělit opakovatelnost a variabilitu způso-

benou rozdíly mezi jednotkami ve skupině, odhad opakovatelnosti je proto zkreslený (nadhodnocený).

– Pokud je zřejmé, že jednotky, které budeme v budoucnosti měřit, vykazují velkou variabilitu, takže nelze vytvořit dostatečně homogenní skupiny, zvolí se náhradní jednotky (z jiného materiálu), avšak s podobným rozsahem hodnot měřeného znaku; studie R&R se provede s náhradními jednotkami. Phillips et al. [9] popisují studii, v níž místo pevnosti laminátových šindelů měřili pevnost vzorků vinylové podlahové krytiny.

b) Měření vnitroskupinové variability, očištěné od opakovatelnosti

Pokud existuje nedestruktivní metoda, kterou však z nějakých důvodů nelze později realizovat, odhadne se prostřednictvím studie R&R při použití této nedestruktivní metody rozptyl σ_p^2 (který nezahrnuje variabilitu způsobenou samotným systémem měření) a poté se na stejných jednotkách provede destruktivní měření. Odhad opakovatelnosti z druhé fáze experimentu se potom zmenší o odhad σ_p^2. De Mast a Trip [5] uvádějí příklad měření tloušťky vrstvy fosforu na displejích: měření se bude realizovat pomocí vážení seškrábnuté vrstvy, ale lze jej provést i nedestruktivně pomocí přístroje vysílajícího světelný paprsek.

c) Existence referenčního materiálu (jednotek) se známou hodnotou měřeného znaku

Tento případ lze považovat za určitou kombinaci a) a b). Jednotky z referenčního materiálu by musely být dostatečně podobné, nebo v minulosti měřeny nedestruktivní alternativní metodou, abychom mohli hodnoty měřeného znaku považovat za známé.

d) Zahrnutí dalšího faktoru

Odhad rozptylu představujícího opakovatelnost lze zlepšit zahrnutím dalšího faktoru, pomocí nějž lze aspoň částečně vysvětlit rozdíly mezi jednotkami uvnitř bloku. Je-li zřejmé, že hodnota znaku se s časem mění, uvažujeme jako další faktor čas (je vhodné volit ekvidistantní okamžiky měření). Závisí-li hodnota měřeného znaku na místě, odkud byla jednotka odebrána, uvažujeme jako další faktor místo. Van der Meulen et al. [11] popisují opakované měření teploty potravinového produktu digitálním teploměrem, přičemž teplota produktu postupně klesá, a měření smrštění kobercových čtverců, které bude blíže popsáno v kap. 4.

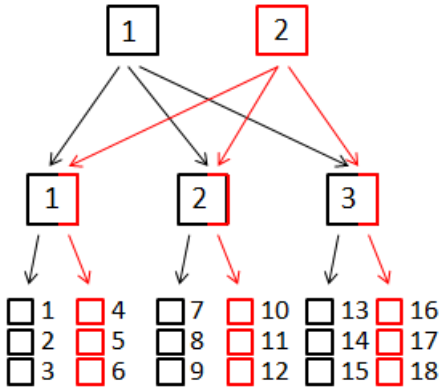
Dále se budeme věnovat postupům ad a), d).

3 NÁVRH PRO DESTRUKTIVNÍ MĚŘENÍ, 2 FAKTORY

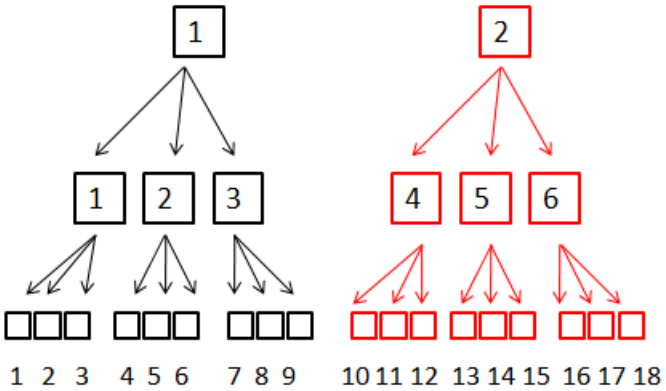
Uvažuje se J homogenních skupin jednotek - bloků[1]. Každá jednotka může být vzhledem k destruktivní povaze testu měřena jen jednou. Gorman and Bower [6] uvádějí dvě možnosti, jak experiment uspořádat:

- Pokud jsou rozsahy bloků dostatečně velké, přidělí se každému operátorovi $r > 1$ jednotek z každého bloku; jde o faktoriální návrh (obr. 1).
- Není-li rozsah bloků dostatečný, rozdělí se bloky mezi operátory - úrovně blokového faktoru budou vnořeny do úrovní faktoru operátor (obr. 2); návrh je označován jako hierarchický (nested design).

Hierarchický návrh je také součástí nabídky studie způsobilosti měřidla ve Statgraphicsu a Minitabu.



Obr. 1 Křížové uspořádání



Obr. 2 Hierarchické uspořádání

Obr. 1 a 2 znázorňují situaci, kdy se experimentu účastní dva operátoři a každý z nich měří devět jednotek. V prvním případě existují tři různé bloky o šesti jednotkách a jednotky ze stejného bloku jsou měřeny oběma operátory. V druhém případě je bloků šest a jednotky z jednoho bloku jsou měřeny pouze jedním operátorem.

Aniž je třeba zkoumat rovnici modelu, je zřejmé, že na obr. 2 je efekt operátora smíšen s rozdíly mezi dvěma skupinami bloků, to znamená, že opakovatelnost je zvětšena nejen o rozdíly mezi jednotkami v bloku, ale navíc i o rozdíly mezi bloky, a proto není hierarchický návrh pro

[1] Na rozdíl od modelu (1), kde byly bloky tvořeny měřeními na různých jednotkách v rámci určité replikace, jsou nyní bloky tvořeny podobnými jednotkami.

destruktivní studii R&R vhodný. De Mast a Trip [5] vysvětlují používání termínu hierarchický návrh jako důsledek nedorozumění; jednotky v j-tém bloku měřené i-tým operátorem na obr. 1 jsou „vnořeny do této kombinace“, ale z hlediska bloků a operátorů jde o faktoriální návrh.

V modelu pro faktoriální návrh (2) jsou efekty jednotek p_j nahrazeny efekty bloků b_j, předpoklady jsou stejné. Rozptyl σ^2 ovšem nyní zahrnuje nejen opakovatelnost, ale i rozdíly mezi jednotkami v rámci bloku. Dále se předpokládá, že tento rozptyl je pro všechny bloky stejný.

Pokud bude každý operátor měřit pouze jedinou jednotku z každého bloku, použije se model bez interakce (7). V tab. 2 položíme $r = 1$.

$$y_{ij} = \mu + o_i + b_j + e_{ij} \tag{7}$$

$$i = 1, 2, ..., I;\ j = 1, 2, ..., J$$

4 NÁVRHY PRO DESTRUKTIVNÍ MĚŘENÍ, TŘI FAKTORY

Víme-li na základě zkušenosti, že rozdíly mezi jednotkami v bloku lze částečně vysvětlit pomocí dalšího faktoru, zahrneme tento faktor do modelu a tím redukujeme reziduální součet čtverců. Pokud má faktor skutečně vliv, dojde i ke zmenšení reziduálního rozptylu (průměrného reziduálního čtverce). Faktor může být kategoriální nebo kvantitativní a je uvažován s pevnými efekty. V modelu jsou tedy dva faktory, operátor a blok, s náhodnými efekty, a další faktor s pevnými efekty. Faktoriální návrh pro tři faktory by vedl k velkému počtu měření, proto je výhodné využít latinský čtverec nebo příbuzný Youdenův návrh [8]. Latinský čtverec předpokládá stejný počet úrovní všech zkoumaných faktorů, v případě destruktivní R&R tedy stejný počet bloků, operátorů i úrovní faktoru s pevnými efekty. Řádky latinského čtverce odpovídají blokům, sloupce operátorům a v polích čtverce se střídají úrovně třetího faktoru tak, že v každém řádku i sloupci se každá jeho úroveň objeví právě jednou; proto je návrh vyvážený. Pokud vyjdeme z doporučení [4] a uvažujeme šest operátorů, má příslušný latinský čtverec šest řádků a šest sloupců. Při označení úrovní třetího faktoru T1 až T6 dostaneme základní návrh na obr. 3. Záměnou některých řádků nebo sloupců vznikne jiný latinský čtverec.

	operátor					
blok	1	2	3	4	5	6
1	T1	T2	T3	T4	T5	T6
2	T2	T3	T4	T5	T6	T1
3	T3	T4	T5	T6	T1	T2
4	T4	T5	T6	T1	T2	T3

5	T5	T6	T1	T2	T3	T4
6	T6	T1	T2	T3	T4	T5

Obr. 3 Latinský čtverec

Příslušný model má tvar

$$y_{ijk} = \mu + o_i + b_j + \tau_k + e_{ijk} \tag{10}$$

$$i = 1, 2, ..., p;\ j = 1, 2, ..., p;\ k = 1, 2, ..., p$$

Symbol τ_k značí pevný efekt *k*-té úrovně faktoru T, ostatní symboly mají stejný význam jako v předcházejících rovnicích. Model neobsahuje interakce; na jejich odhad nezbývají žádné stupně volnosti. Celkový rozptyl má tři složky.

$$Var(y_{ijk}) = \sigma_t^2 = \sigma_o^2 + \sigma_b^2 + \sigma^2 \tag{11}$$

Protože návrh je vyvážený, lze k odhadu složek rozptylu opět využít analýzu rozptylu. Odhad pevných efektů není ve studii R&R podstatný.

Tab. 4 Střední hodnoty průměrných čtverců, ANOVA, latinský čtverec

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	Střední hodnota průměrného čtverce
Řádky	*SSB*	$p - 1$	*MSB*	$p\sigma_b^2 + \sigma^2$
Sloupce	*SSO*	$p - 1$	*MSO*	$p\sigma_o^2 + \sigma^2$
Faktor T	*SST*	$p - 1$	*MST*	$\frac{p^2 \sum_{k=1}^{p} \tau_k^2}{p-1} + \sigma^2$
Reziduální	*SSE*	$(p - 2)(p - 1)$	*MSE*	σ^2

Je-li počet operátorů a tedy i počet sloupců menší než počet úrovní zbylých dvou faktorů, jde o Youdenův návrh (viz první tři nebo druhé tři sloupce schématu na obr. 4). V tomto případě jsou bloky (řádky) neúplné, protože se v nich nevystřídají všechny úrovně třetího faktoru. Návrh však je tzv. dvojitě vyvážený; každý operátor měří při každé úrovni faktoru s pevnými efekty právě jednou a každá úroveň faktoru P se objeví právě ve třech blocích. Vyváženost návrhu umožňuje opět využít analýzu rozptylu, tentokrát pro tři faktory bez interakce. Můžeme ovšem uvažovat replikace návrhu, což umožní i odhad interakcí. Van der Muelen et al. [11] uvádějí příklad studie R&R při měření procenta smrštění kobercových čtverců. Bloky

jsou tvořeny šesti čtverci vykrojenými z kobercového pásu přes celou šířku pásu. Velikost smrštění závisí na pozici čtverce vůči krajům pásu. Pozice je zde uvažována jako kategoriální faktor. Experimentu se účastnili pouze tři operátoři, každý měřil dvě jednotky ze stejného bloku, ale z různých pozic (obr. 4). V příkladu byly realizovány dvě replikace Youdenova návrhu se šesti řádky a třemi sloupci.

	operátor					
blok	1	2	3	1	2	3
1	P1	P3	P2	P4	P5	P4
2	P2	P5	P6	P1	P3	P6
3	P3	P4	P1	P5	P6	P2
4	P4	P6	P5	P3	P2	P1
5	P6	P1	P3	P2	P4	P5
6	P5	P2	P4	P6	P1	P3

Obr. 4 Youdenův návrh, dvě replikace

V případě kvantitativního faktoru odpovídá počet stupňů volnosti v příslušném řádku tabulky ANOVA zvolenému modelu závislosti, změní se i počet stupňů volnosti u reziduálního součtu čtverců. Odhad složek rozptylu se provádí podobně jako předtím, avšak vzhledem k různým typům faktorů (kategoriální a kvantitativní) je nutno uvažovat obecný lineární model (GLM). Omezíme-li se na již dříve zmíněné statistické softwarové produkty, Statgraphics a Minitab, najdeme GLM pod ANOVA (i když ve skutečnosti je ANOVA naopak speciálním případem GLM). Ve Statgraphicsu nejdříve rozlišíme kategoriální a kvantitativní faktory a poté u kategoriálních faktorů zvolíme náhodné efekty, v Minitabu se do modelu zařadí všechny tři faktory, uvede se, které z nich jsou s náhodnými efekty, a dále se jako *Covariate*[2] uvede kvantitativní faktor.

Odhady složek rozptylu σ_o^2 , σ_b^2 a σ^2 jsou součástí výstupu procedury. Odhad σ^2, čili reziduální rozptyl, ovšem zahrnuje kromě opakovatelnosti i tzv. nedostatek shody zvoleného modelu závislosti.

[2] Označení *Covariate* je poněkud zavádějící, protože v analýze kovariance se používá pro tzv. doprovodnou proměnnou, jejíž hodnoty nemůžeme ovlivnit, kdežto zde jde o faktor, jehož úrovně máme zcela pod kontrolou.

Poznámka:

Další faktor kromě jednotky a operátora uvažují také Mitchell et al. [7] a Bergeret et al. [2]. Tímto faktorem je pozice na měřené jednotce. Experiment probíhá ve dvou fázích. V první fázi měří jediný operátor několik jednotek, každou z nich na několika vyznačených místech; místa jsou na všech jednotkách volena stejně. V druhé fázi experimentu se měří další jednotky, tentokrát všechny jen jednou, na stejném místě; měření se účastní několik operátorů. V rozporu s popisem experimentu uvažují autoři u faktoru pozice náhodné efekty a jejich předpoklad, že v druhé fázi experimentu se neprojevuje efekt místa, je proto chybný.

ZÁVĚR

Samotný bodový odhad složek rozptylu momentovou metodou je poměrně jednoduchý, zvláště s využitím statistického softwaru, konstrukce konfidenčních intervalů je obtížnější; přesné intervaly pro složky rozptylu (kromě reziduálního rozptylu) nebo pro ukazatele z nich vycházející neexistují, výpočet přibližných mezí je pracný a běžně není součástí výstupu GLM. V praxi se konfidenční meze nevyužívají, způsobilost systému měření se posuzuje podle relativní velikosti bodových odhadů složek rozptylu nebo jejich součtu.

Největším problémem zůstává odhad opakovatelnosti, který je ovlivněn homogenitou či nehomogenitou bloků. Z příliš velké hodnoty nelze ihned usuzovat na nezpůsobilost systému měření - příčinou mohou být větší rozdíly mezi jednotkami v bloku. Volba některé z výše uvedených strategií potom může vést k méně nadhodnocenému odhadu opakovatelnosti a v důsledku i k potvrzení dostatečné způsobilosti systému.

LITERATURA:

1. AUTOMOTIVE INDUSTRY ACTION GROUP. *Measurement System Analysis* (MSA), 2010, 4th ed. Detroit, MI.
2. BERGERET, F., MAUBERT, S., SOURD, P., PUEL, F. Improving and Applying Destructive Gauge Capability. *Quality Engineering*, 2002, 14(1), 59 - 66.
3. BURDICK, R.K., BORROR, C.M., MONTGOMERY, D.C. A Review of Methods for Measurement Systems Capability Analysis. *Journal of Quality Technology*, 2003, 35(4), 342 - 354.
4. BURDICK, R.K., LARSEN, G.A. Confidence Intervals on Measures of Variability in R&R Studies. *Journal of Quality Technology*,1997, 29(3), 261 - 273.
5. DE MAST, J., TRIP, A. Gauge R&R Studies for Destructive Measurements, *Journal of Quality Technology*, 2005, 37(1), 40 - 49.

6. GORMAN, D., BOWER, K.M. Measurement System Analysis and Destructive Testing. *Six Sigma Forum Magazine*, 2002, 1(4). Dostupné z https://www.minitab.com/uploadedFiles/Content/News/Published_Articles/measurement_system_analysis_destructive_testing.pdf
7. MITCHELL, T.; HEGEMANN, V.; LIU, K.C. GRR Methodology for Destructive Testing and Quantitative Assessment of Gauge Capability for One-Side Specifications. In *Case Studies for Industrial Process Improvement*; Spagon, P., Czitrom, V., Eds.; SIAM: Philadelphia, 1997, 47 - 59.
8. MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*, 8th ed. New York: Wiley, 2012.
9. PHILLIPS, A.R., JEFFRIES, R., SCHNEIDER, J., FRANKOSKI, S.P.: Using Repeatibility and Reproducibility Studies to Evaluate a Destructive Test Method. *Quality Engineering*, 10(2), 283 - 290.
10. SENOL, S.: Measurement System Analysis Using Designed Experiments with Minimum α-β Risks and *n*. *Measurement*, 2004, 36, 131-141.
11. VAN DER MEULEN, F., DE KONING, H., DE MAST, J.: Nonrepeatable Gauge R&R Studies Assuming Temporal or Patterned Object Variation. *Journal of Quality Technology*, 2009, 41(4), 426 - 439.