



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost

PROJEKT

**„Integrovaný systém modulární počítačové podpory
výuky ekonomicko-technického zaměření“**

CZ.1.07/2.2.00/28.0300

Analýza způsobilosti procesů

Studijní opory

Jiří Plura

Recenze: doc. Ing. Pavla Macurová, CSc.

Název: Analýza způsobilosti procesů

Autor: prof. Ing. Jiří Plura, CSc.

Vydání: první, 2015

Počet stran: 67

Jazyková korektura: nebyla provedena.

Určeno pro projekt:

Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost

Název:

„Integrovaný systém modulární počítačové podpory výuky ekonomicko-technického zaměření“

Číslo: CZ.1.07/2.2.00/28.0300

Realizace: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Projekt je spolufinancován z prostředků ESF a státního rozpočtu ČR

© prof. Ing. Jiří Plura, CSc.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3719-2

POKYNY KE STUDIU

Název předmětu

Opory jsou určeny pro předmět Plánování kvality I, vyučovaný v 5. semestru studijního oboru bakalářského studia Management kvality, Plánování kvality II, vyučovaný ve 2. semestru studijního oboru navazujícího magisterského studia Management kvality, předmět Metody řízení a kontroly jakosti studijního oboru navazujícího magisterského studia oboru Chemické a fyzikální metody zkoušení materiálu a oboru Chemické inženýrství a předmět Metody plánování a zlepšování kvality studijních oborů navazujícího magisterského studia Ekonomika a management v průmyslu a Metalurgické technologie.

Prerekvizity

Pro studium tohoto předmětu se předpokládá absolvování předmětů Teorie pravděpodobnosti a Matematická statistika nebo předmětu Základy aplikované statistiky.

Cíl předmětu a výstupy z učení

Cílem předmětu je seznámení s problematikou analýzy způsobilosti procesů, s postupem jejího zpracování v případech měřitelných i neměřitelných znaků kvality produktů, s používanými indexy způsobilosti procesu a způsobem jejich interpretace, s řešením nestandardních situací, kdy nejsou splněny některé předpoklady, a s postupem analýzy způsobilosti výrobního zařízení.

Po prostudování předmětu by student měl získat tyto výstupy:

výstupy znalostí:

- vysvětlit postupy analýzy způsobilosti procesů pro různé situace;
- charakterizovat a vysvětlit používaná kritéria způsobilosti procesů;
- navrhnout vhodná řešení analýzy způsobilosti procesů v případě nesplnění některých předpokladů.

výstupy dovedností:

- aplikovat postupy analýzy způsobilosti procesů pro různé situace;
- interpretovat výsledky analýzy způsobilosti procesu a navrhnout vhodná opatření ke zlepšení;
- aplikovat analýzy způsobilosti procesů v případě nesplnění některých předpokladů.

Pro koho je předmět určen

Předmět je zařazen do bakalářského a magisterského studia oboru Management kvality studijního programu Řízení průmyslových systémů, Chemické a fyzikální metody zkoušení materiálu a oboru Chemické inženýrství studijního programu Procesní inženýrství, navazujícího magisterského studia oboru Ekonomika a management v průmyslu studijního programu Řízení průmyslových

systémů a navazujícího magisterského studia oboru Metalurgické technologie. Může jej však studovat i zájemce z kteréhokoliv jiného oboru, pokud splňuje požadované prerekvizity.

Studijní opora se dělí na části, kapitoly, které odpovídají logickému dělení studované látky, ale nejsou stejně obsáhlé. Předpokládaná doba ke studiu kapitoly se může výrazně lišit, proto jsou velké kapitoly děleny dále na číslované podkapitoly a těm odpovídá níže popsaná struktura.

Způsob komunikace s vyučujícím

Komunikace s vyučujícím a konzultace dané problematiky probíhají v průběhu přímé výuky, formou osobních konzultací nebo prostřednictvím e-mailu.

STRUKTURA KAPITOL



Čas ke studiu

V úvodu kapitoly je uveden čas potřebný pro prostudování látky. Čas je orientační a může Vám sloužit jako hrubé vodítko pro rozvržení studia celého předmětu. Někomu se čas může zdát příliš dlouhý, někomu naopak. Jsou studenti, kteří se s touto problematikou ještě nikdy nesetkali, a naopak takoví, kteří již v tomto oboru mají bohaté zkušenosti.



Cíl

Okamžitě poté jsou uvedeny cíle, kterých máte dosáhnout po prostudování dané kapitoly – konkrétní znalosti a dovednosti.



Výklad

Následuje vlastní výklad studované látky, zavedení nových pojmů, jejich vysvětlení, vše je doprovázeno obrázky, tabulkami nebo řešenými příklady.



Čas k zamyšlení

V rámci studia kapitol se setkáte s otázkami a problémy, které je vhodné si pro správné osvojení látky promyslet. Správná řešení navazují na položené otázky, proto nepokračujte ve čtení, dokud si vše dobře nepromyslíte.



Příklad z praxe, Řešený příklad

K lepšímu pochopení probírané látky využijte praktické příklady aplikace vysvětlovaných teoretických znalostí.



Shrnutí pojmů

V závěru kapitoly jsou zopakovány hlavní pojmy, které si v ní máte osvojit. Pokud některému z nich ještě nerozumíte, vraťte se k nim ještě jednou.



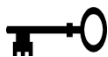
Otázky

Pro ověření, že jste dobře a úplně látku kapitoly zvládli, máte k dispozici několik teoretických otázek.



Použitá literatura

Na konci kapitoly je uvedena použitá literatura, ze které je možno čerpat další informace o dané problematice.



Klíč k řešení

Na konci studijních opor naleznete klíč k řešení úloh a odpovědi na otázky.

Úspěšné a příjemné studium s touto učebnicí Vám přeje autor výukového materiálu

Jiří Plura

OBSAH

POKYNY KE STUDIU	3
STRUKTURA KAPITOL	5
OBSAH	7
1 ANALÝZA ZPŮSOBILOSTI PROCESŮ V PŘÍPADĚ MĚŘITELNÝCH ZNAKŮ KVALITY	8
1.1 Význam analýzy způsobilosti procesu.....	8
1.2 Postup analýzy způsobilosti procesu v případě měřitelných znaků kvality produktu.....	9
1.2.1 Volba znaku kvality produktu	9
1.2.2 Analýza systému měření zvoleného znaku kvality	9
1.2.3 Shromáždění údajů o hodnotách zvoleného znaku kvality.....	11
1.2.4 Průzkumová analýza shromážděných údajů	12
1.2.5 Posouzení statistické zvládnutosti procesu	14
1.2.6 Ověření normality sledovaného znaku kvality.....	15
1.2.7 Výpočet indexů způsobilosti a jejich porovnání s požadovanými hodnotami	17
1.2.8 Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení procesu	17
1.3 indexy způsobilosti procesu	17
1.3.1 Index způsobilosti C_p	17
1.3.2 Index způsobilosti C_{pk}	19
1.3.3 Index způsobilosti C_{pm}	21
1.3.4 Index způsobilosti C_{pm}^*	21
1.3.5 Index způsobilosti C_{pmk}	22
1.3.6 Doporučené pořadí vyhodnocení indexů způsobilosti.....	23
1.4 Požadavky na způsobilost procesu a možnosti jejího dosažení	24
1.5 Odhad pravděpodobnosti výskytu neshodných produktů na základě indexů způsobilosti procesu.....	26
1.6 Analýza způsobilosti výrobního zařízení	27
2 POSTUPY ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI PROCESŮ V NESTANDARDNÍCH SITUACÍCH.....	37
2.1 Postupy analýzy způsobilosti v případech, kdy proces není statisticky zvládnutý	37
2.1.1 Zajištění statistické zvládnutosti procesu a opakované hodnocení jeho způsobilosti	38
2.1.2 Vyhodnocení „výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu“	39
2.2 Postupy analýzy způsobilosti procesu v případě nesplnění normality dat	40
2.2.1 Transformace dat na proměnnou pocházející z normálního rozdělení	41
2.2.2 Využití jiného teoretického modelu rozdělení.....	43
2.2.3 Použití ukazatelů, které nejsou založeny na konkrétním modelu rozdělení	47
3 ANALÝZA ZPŮSOBILOSTI PROCESU V PŘÍPADĚ NEMĚŘITELNÝCH ZNAKŮ KVALITY	56
3.1 Ukazatele způsobilosti procesu při sledování výskytu neshodných jednotek.....	57
3.1.1 Průměrný podíl neshodných jednotek.....	57
3.1.2 Ekvivalenty C_{pk} a C_p	61
3.2 Ukazatele způsobilosti procesu při sledování výskytu neshod	61

1 ANALÝZA ZPŮSOBILOSTI PROCESŮ V PŘÍPADĚ MĚŘITELNÝCH ZNAKŮ KVALITY



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl

Po prostudování této kapitoly:

- budete umět charakterizovat způsobilost procesu,
- naučíte se postup provádění analýzy způsobilosti proces,
- budete umět interpretovat jednotlivé indexy způsobilosti a vysvětlit způsob jejich výpočtu,
- naučíte se navrhopvat vhodná opatření k zajištění způsobilosti procesu,
- seznámíte se s faktory, které ovlivňují vypovídací schopnost indexů způsobilosti,
- budete umět na základě indexů způsobilosti odhadnout očekávaný výskyt neshodných produktů,
- naučíte se postup analýzy způsobilosti výrobního zařízení.



Výklad

1.1 VÝZNAM ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI PROCESU

Důležitou oblastí plánování kvality produktu je návrh procesu jeho výroby a ověření, zda navržený proces je dlouhodobě schopen vyrábět produkty požadované kvality. Schopnost procesu trvale poskytovat produkty splňující požadovaná kritéria kvality se označuje jako způsobilost procesu (Process Capability).

Analýzy způsobilosti procesů jsou důležité zejména z těchto důvodů:

- ověřují vhodnost navrženého procesu pro zajištění požadovaných hodnot znaků kvality navrhovaného produktu,
- umožňují odhadnout pravděpodobnost výskytu neshodných produktů,
- umožňují optimalizovat plánování výroby (rozdělení zakázek na procesy o odpovídající způsobilosti),
- jsou důležitým podkladem pro plánování údržby výrobního zařízení,
- jsou důležitým podkladem pro iniciaci aktivit zlepšování a posouzení jejich účinnosti,
- zvyšují důvěru zákazníků k dodávaným produktům.

Ve standardech pro oblast automobilového průmyslu a jeho dodavatelů jsou analýzy způsobilosti procesu požadovány v rámci procesu schvalování dílů do sériové výroby (např. PPAP).

Jak již bylo uvedeno, způsobilost procesu se hodnotí na základě dosahovaných hodnot znaků kvality produktů vyráběných daným procesem. Tyto znaky kvality mohou být jak měřitelné (rozměr, hmotnost, koncentrace apod.), tak neměřitelné (výskyt neshod, výskyt neshodných produktů). Postupy analýzy způsobilosti procesu jsou pro tyto dva základní případy odlišné, a proto budou probrány samostatně.

1.2 POSTUP ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI PROCESU V PŘÍPADĚ MĚŘITELNÝCH ZNAKŮ KVALITY PRODUKTU

Způsobilost procesu se v případě měřitelných znaků kvality produktu vyhodnocuje pomocí indexů způsobilosti, které se počítají na základě statistického vyhodnocení shromážděných dat o kvalitě produktů vyráběných daným procesem. Analýzu způsobilosti procesu však nelze degradovat pouze na výpočet indexů způsobilosti podle příslušných vzorců. Má-li analýza způsobilosti procesu poskytnout věrohodné údaje, je potřeba dodržet správný postup analýzy a ověřit splnění omezujících podmínek. Analýza způsobilosti procesu v případě měřitelných znaků kvality produktů by měla probíhat v těchto krocích [1]:

1. Volba znaku kvality produktu
2. Analýza systému měření zvoleného znaku kvality
3. Shromáždění údajů o hodnotách zvoleného znaku kvality vyráběných produktů
4. Průzkumová analýza shromážděných údajů
5. Posouzení statistické zvládnutosti procesu
6. Ověření normality sledovaného znaku kvality
7. Výpočet indexů způsobilosti a jejich porovnání s požadovanými hodnotami
8. Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení procesu.

1.2.1 Volba znaku kvality produktu

Způsobilost procesu se hodnotí vzhledem ke zvolenému znaku kvality produktu, který by měl odrážet úspěšnost posuzovaného procesu. Nezbytným předpokladem pro vyhodnocení způsobilosti procesu je, aby pro daný znak byla předepsána kritéria kvality, obvykle toleranční meze. Před použitím těchto kritérií je žádoucí ověřit, zda odpovídají skutečným požadavkům zákazníka, případně legislativy.

V případě, že jsou zákazníkem či legislativou stanoveny kritéria pro více znaků kvality, měla by být způsobilost procesu vyhodnocena z hlediska každého znaku zvlášť.

1.2.2 Analýza systému měření zvoleného znaku kvality

Výsledky analýzy způsobilosti procesu mohou být výrazně ovlivněny kvalitou naměřených údajů. O kvalitě naměřených údajů rozhodují vlastnosti zvoleného systému měření, které mohou ovlivnit polohu nebo variabilitu naměřených hodnot. K vlastnostem týkajícím se polohy patří například stabilita, strannost a linearita systému měření, k vlastnostem týkajícím se variability například konzistence, opakovatelnost, reprodukovatelnost a uniformita systému měření [2, 3]. Přijatelnost těchto vlastností zvoleného systému měření je potřeba před shromažďováním údajů ověřit.

Stabilita systému měření (Drift) je charakterizována jako celková variabilita výsledků měření, získaných měřeními jednoho znaku v dostatečně dlouhém časovém úseku. Tato definice je dosti obecná, přesnější vymezení poskytuje až doplňující informace, která stabilitu charakterizuje jako změnu strannosti v čase. Z toho vyplývá zařazení stability do charakteristik polohy.

Pro vyhodnocení stability systému měření je potřeba vyhodnotit výsledky získané daným systémem měření v delším časovém období. Ve zvolených časových intervalech, jejichž volba by měla vycházet z charakteru systému měření a četnosti jeho používání, se za stejných podmínek provádějí opakovaná měření stejného výrobku nebo etalonu. Stabilita systému měření se pak vyhodnocuje pomocí regulačního diagramu pro aritmetický průměr. V případě, že tento regulační diagram neindikuje žádné signály působení vymezených příčin (body mimo regulační meze nebo nenáhodná seskupení bodů), je systém měření považován za stabilní.

Obvykle se spolu s regulačním diagramem pro aritmetický průměr vyhodnocuje i regulační diagram pro zvolenou míru variability (výběrové rozpětí nebo výběrovou směrodatnou odchylku). Pokud tento diagram neindikuje žádné signály působení vymezených příčin, je systém měření považován za konzistentní. V souladu se zásadami aplikace regulačních diagramů lze v případě, kdy ani jeden z regulačních diagramů neindikuje působení vymezených příčin, systém měření (proces měření) považovat za statisticky zvládnutý (statisticky stabilní).

Strannost systému měření (Bias) je definována jako rozdíl mezi aritmetickým průměrem opakovaných měření stejného znaku a přijatou referenční hodnotou. Jedná se v podstatě o průměrnou odchylku naměřených hodnot od referenční hodnoty. K jejímu vyhodnocení je potřeba provést soubor opakovaných měření výrobku (případně etalonu) o známé referenční hodnotě. Výpočtem rozdílu mezi aritmetickým průměrem opakovaných měření a referenční hodnotou se pak stanoví bodový odhad strannosti.

Samotný výpočet bodového odhadu strannosti však ještě není konečným výsledkem. Je potřeba posoudit, zda hodnota strannosti je statisticky významná nebo ji lze zanedbat. To lze vyhodnotit stanovením intervalového odhadu strannosti nebo testováním hodnoty strannosti vůči nulové hodnotě.

Linearita systému měření (Linearity) je charakterizována jako rozdíl mezi hodnotami strannosti v pracovním rozsahu systému měření. Při jejím vyhodnocení se tedy jedná o posouzení, zda hodnota strannosti závisí na velikosti naměřené hodnoty (v rozmezí příslušného pracovního rozsahu). Pro vyhodnocení linearity systému měření je potřeba provést opakovaná měření alespoň u pěti vzorků, pokrývajících výrobní rozpětí, se známou referenční hodnotou. Analýza linearity systému měření je založena na vyhodnocení závislosti odchylek naměřených hodnot od referenční hodnoty na velikosti měřené hodnoty, přičemž je obvykle uvažována pouze přímková závislost. Samotné vyhodnocení statistické významnosti linearity je pak založeno na testování regresního koeficientu a absolutního členu regresní funkce.

Opakovatelnost systému měření (Repeatability) charakterizuje variabilitu systému měření v podmínkách opakovatelnosti. Podmínky opakovatelnosti jsou podmínky, kdy opakovaná měření stejného výrobku provádí stejný operátor, stejným systémem měření a v co nejkratším čase. Opakovatelnost tedy vyjadřuje variabilitu vyvolanou náhodnými příčinami variability, jež působí uvnitř systému měření.

Opakovatelnost systému měření se většinou vyhodnocuje v rámci studie opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měření (GRR). Její hodnota zde odpovídá průměrné variabilitě opakovaných měření provedených u různých vzorků různými operátory.

Reprodukovatelnost systému měření (Reproducibility) je definována jako variabilita průměrných hodnot měření stejného výrobku za různých podmínek. Těmito „různými podmínkami“ jsou obvykle rozdílní operátoři, kteří tato měření provádějí, může se však jednat i o rozdílná místa měření nebo o různé systémy měření.

Reprodukovatelnost systému měření se obvykle vyhodnocuje v rámci studie opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měření. V případě vyhodnocování reprodukovatelnosti v situaci, kdy měření provádějí různí operátoři, se, v souladu s definicí, její hodnota stanovuje na základě variability aritmetických průměrů měření provedených různými operátory.

Jako kritérium přijatelnosti systémů měření se využívá kombinovaná opakovatelnost a reprodukovatelnost, vyjádřená jako procentuální podíl z celkové variability (%GRR). Systém měření je považován za zcela přijatelný v případě, že %GRR je menší než 10%. Zároveň musí být počet různých kategorií, které lze systémem měření rozlišit (ndc), alespoň 5.

Uniformita systému měření (Uniformity) posuzuje změnu opakovatelnosti v pracovním rozsahu systému měření. Vyhodnocení uniformity doplňuje analýzu linearity systému měření, podobně jako vyhodnocení konzistence doplňuje analýzu stability systému měření. Vyhodnocení uniformity tedy poskytuje informaci, zda opakovatelnost systému měření závisí na velikosti naměřené hodnoty.

1.2.3 Shromáždění údajů o hodnotách zvoleného znaku kvality

Údaje o hodnotách zvoleného znaku kvality vyráběných produktů by měly být získávány z probíhajícího procesu v průběhu dostatečně dlouhého časového období. V tomto období by se měly projevit všechny běžné zdroje variability ovlivňující proces (například změny obsluhy, údržba zařízení, změny vstupních materiálů apod.). V průběhu tohoto období se v přibližně pravidelných časových či dávkových intervalech z procesu odebírá určitý počet (obvykle 4 nebo 5) po sobě vyrobených výrobků (podskupiny) a zjišťují se hodnoty sledovaného znaku kvality. Měly by být získány údaje o alespoň 25 takových podskupinách. Pokud je však kontrolní interval poměrně krátký a údaje z 25 podskupin nepostihují všechny běžné zdroje variability ovlivňující proces, musí být počet podskupin vyšší.

Výše uvedené podmínky shromažďování údajů vedou k vyhodnocení způsobilosti procesu, která se někdy označuje jako „dlouhodobá“ způsobilost procesu. V některých specifických situacích však není možné výše uvedené podmínky shromažďování údajů zcela dodržet. Vzhledem k tomu, že to může výrazně ovlivnit vypovídací schopnost získané informace, přiřazuje se k termínu způsobilost obvykle upřesňující přívlastek. Příklady jsou například předběžná způsobilost procesu nebo způsobilost výrobního zařízení, která se někdy označuje jako krátkodobá způsobilost procesu.

Předběžná způsobilost procesu se vyhodnocuje v průběhu ověřovací výroby, která se obvykle realizuje v dostatečném předstihu před zahájením reálné výroby. Ověřovací výroba slouží zejména k doladění navrženého procesu, k získání prvních vzorků výrobků a k ověření, zda proces je v reálných podmínkách schopen poskytovat produkty požadované kvality. Přestože podmínky ověřovací výroby by měly co nejvíce odpovídat podmínkám reálné výroby, nemohou se, například díky kratší době realizace, zcela projevit všechny běžné vlivy ovlivňující průběh procesu. Pro

vyhodnocení předběžné způsobilosti procesu jsou požadovány údaje o hodnotách sledovaného znaku kvality v alespoň dvaceti podskupinách a rozsahu nejméně tři.

Způsobilost výrobního zařízení by měla být analyzována ještě před analýzou způsobilosti procesu. Zaměřuje se na posouzení schopnosti samotného výrobního zařízení zajistit požadovanou kvalitu produktů. Údaje o hodnotách sledovaného znaku kvality vyráběných produktů se z probíhajícího procesu na výrobním zařízení shromažďují za podmínek, kdy na proces působí pouze vlivy související s výrobním zařízením a působení všech ostatních vlivů je potlačeno.

Pro vyhodnocení způsobilosti výrobního zařízení jsou požadovány hodnoty sledovaného znaku kvality naměřené alespoň u 50 výrobků vyrobených na výrobním zařízení za sebou při stabilizovaných podmínkách (stejný operátor, stejný materiál, bez zásahů do procesu apod.).

1.2.4 Průzkumová analýza shromážděných údajů

Shromážděné údaje je potřeba podrobit průzkumové analýze (Exploratory Data Analysis). Tato průzkumová analýza se zaměřuje zejména na identifikaci odlehlých hodnot a analýzu charakteru rozdělení sledovaného znaku kvality, případně na ověření nezávislosti dat. K průzkumové analýze údajů se využívají vhodné grafické nástroje, například krabicový graf a histogram.

❖ Krabicový graf

Krabicový graf slouží k identifikaci odlehlých hodnot a k posouzení symetričnosti rozdělení sledovaného znaku. K jeho sestavení je potřeba stanovit hodnoty kvartilů datového souboru, minimální a maximální hodnotu a vypočítat úrovně tzv. hradeb, které slouží k identifikaci odlehlých hodnot. Úrovně dolní (A) a horní (B) hradby se počítají podle vztahů:

$$A = x_{0,25} - 1,5(x_{0,75} - x_{0,25}) \quad (1.1)$$

$$B = x_{0,75} + 1,5(x_{0,75} - x_{0,25}) \quad (1.2)$$

kde:

$x_{0,25}$ dolní kvartil

$x_{0,75}$ horní kvartil

$(x_{0,75} - x_{0,25})$ kvartilové rozpětí

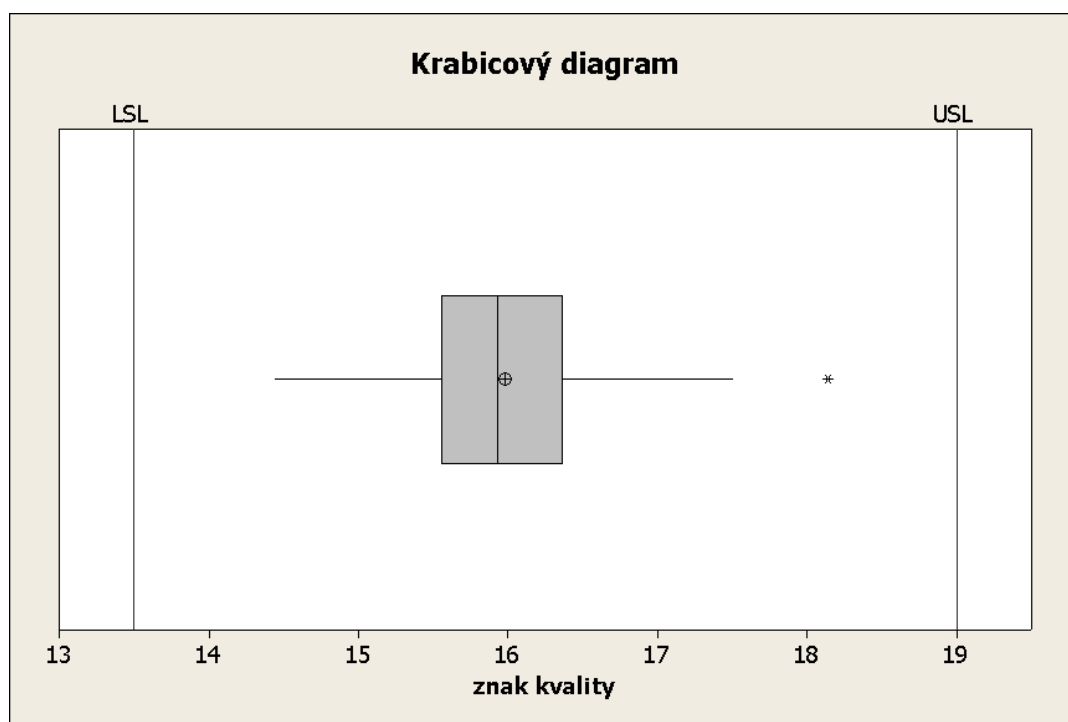
Vypočtené úrovně hradeb se v krabicovém diagramu nezobrazují, avšak všechny hodnoty, které tyto hradby překročí, jsou považovány za odlehlé a jsou v diagramu zobrazeny jako samostatné body. Tělo krabicového diagramu tvoří rozdělený obdélník („krabice“), jehož strany leží na úrovni dolního a horního kvartilu a příslušná dělicí čára na úrovni mediánu. Délka obdélníku tak reprezentuje kvartilové rozpětí, tedy rozpětí 50% prostředních hodnot uspořádaného souboru dat. Úsečky („fousy“) vedoucí z obdélníku na obě strany reprezentují vzdálenosti k minimálním a maximálním hodnotám souboru, které ještě nepřekročily úrovně vypočtených hradeb A a B. Hodnoty, které úrovně hradeb překročily, jsou zobrazeny jako samostatné body a představují odlehlé hodnoty. V krabicovém grafu bývá rovněž doplněna pozice aritmetického průměru.

Krabicový graf může být konstruován jak horizontálně tak vertikálně. Při jeho využití v rámci analýzy způsobilosti procesu lze doporučit horizontální zobrazení doplněné o toleranční meze (viz obr. 1.1). Krabicový graf na obrázku 1.1 poskytuje informaci, že rozdělení sledovaného znaku je

přibližně symetrické a analyzovaný soubor dat obsahuje jednu odlehlou hodnotu. Umístění krabicového grafu vůči tolerančním mezím signalizuje, že daný proces by mohl být způsobilý.

Identifikace odlehlých hodnot ve shromážděných datech by měla být impulsem pro analýzu jejich příčin. Pokud tato analýza nevede ke zjištění konkrétní příčiny, například hrubé chyby měření, neměly by být tyto odlehlé hodnoty ze shromážděných údajů vylučovány.

Výše uvedené úrovně hradeb A a B se často označují jako dolní a horní vnitřní hradby, protože kromě nich se někdy počítají i dolní a horní vnější hradby, které jsou od příslušných kvartilů ve vzdálenosti odpovídající trojnásobku kvartilového rozpětí. Hodnoty překračující tyto vnější hradby jsou s použitím jiných symbolů rovněž zobrazeny jako samostatné body a jsou obvykle označovány jako extrémní (případně extrémně odlehlé) hodnoty.

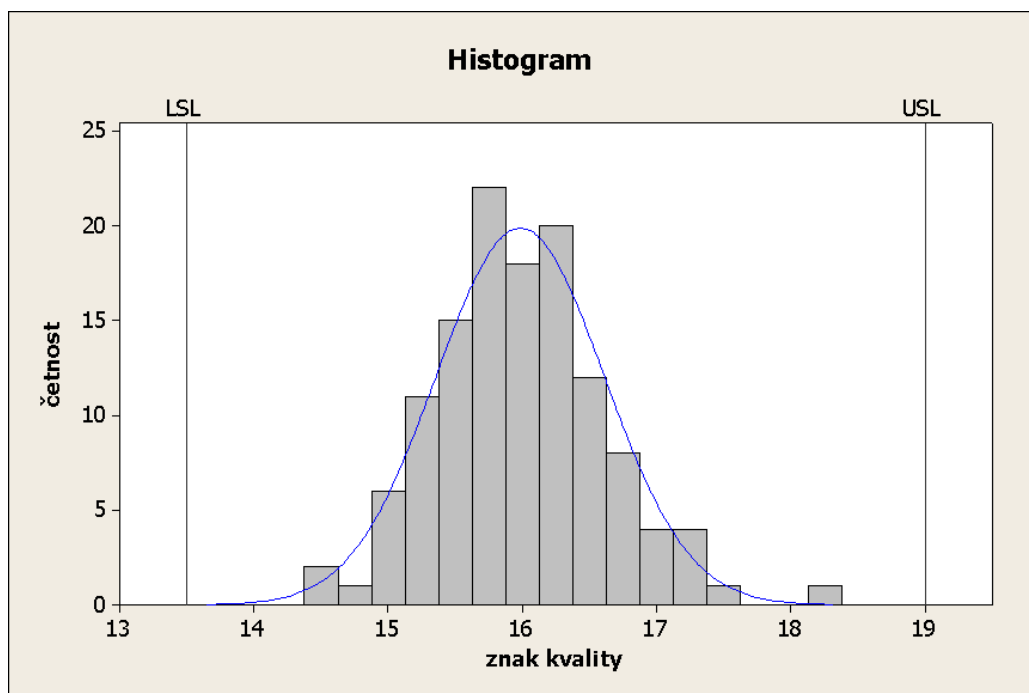


Obr. 1.1 Krabicový graf doplněný o toleranční meze.

❖ Histogram

Velice cenné informace o hodnotách sledovaného znaku kvality poskytuje histogram. Histogram je sloupcový diagram znázorňující rozdělení četnosti hodnot ve vhodně zvolených intervalech (třídách). Šířka sloupců koresponduje s šířkou intervalů a jejich výška odpovídá četnosti hodnot v jednotlivých intervalech. V případě analýzy způsobilosti procesů by do histogramu měly být doplněny předepsané toleranční meze. Pro kvalitativní posouzení normality sledovaného znaku je vhodné do histogramu doplnit křivku hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení (Gaussovu křivku) - viz obr. 1.2. Takto sestrojený histogram pak poskytuje informace nejen o dosahované variabilitě a charakteru rozdělení sledovaného znaku, ale i o jeho poloze vůči tolerančním mezím, a míře dodržování těchto mezí. Tyto informace jsou důležité pro další postup a jsou důležitou součástí výsledků analýzy způsobilosti procesů.

Příklad histogramu na obr. 1.2 ukazuje, že rozdělení sledovaného znaku může odpovídat normálnímu rozdělení a vzhledem k umístění hodnot vůči tolerančním mezím by proces mohl být způsobilý.



Obr. 1.2 Histogram doplněný o toleranční meze a Gaussovu křivku.

1.2.5 Posouzení statistické zvládnutosti procesu

Aby bylo možné hodnotit způsobilost procesu, musí být proces ve statisticky zvládnutém stavu, tedy variabilita sledovaného znaku kvality musí být vyvolána pouze působením náhodných příčin. K ověření statistické zvládnutosti procesu se využívají regulační diagramy, které umožňují vyhodnotit, zda proces ovlivňují pouze náhodné příčiny variability (je statisticky zvládnutý), nebo i vymezitelné příčiny variability (není statisticky zvládnutý).

V případě měřitelných znaků kvality se k posouzení statistické zvládnutosti procesu využívají dvojice regulačních diagramů, jeden diagram vyhodnocuje změny zvolené míry polohy a druhý změny zvolené míry variability sledovaného znaku v závislosti na čase. Vezmeme-li v úvahu pouze Shewhartovy regulační diagramy, lze zvolit jednu z těchto možností:

- regulační diagram pro výběrový průměr a výběrové rozpětí,
- regulační diagram pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku,
- regulační diagram pro medián a výběrové rozpětí,
- regulační diagram pro individuální hodnoty a klouzavé rozpětí.

Při aplikaci regulačních diagramů měřením se využívá princip centrální limitní věty, ze kterého vyplývají tyto zákonitosti:

1. Rozdělení průměrných hodnot znaku v podskupinách aproximuje k normálnímu rozdělení, a to tím více, čím je rozsah podskupin vyšší.
2. Střední hodnota rozdělení průměrných hodnot znaku v podskupinách se rovná střední hodnotě jednotlivých hodnot ($\bar{X} = \mu$).
3. Směrodatná odchylka rozdělení průměrných hodnot znaku v podskupinách ($\sigma_{\bar{x}}$) je $\sqrt{n}$ - krát menší než směrodatná odchylka jednotlivých hodnot (σ), tedy:

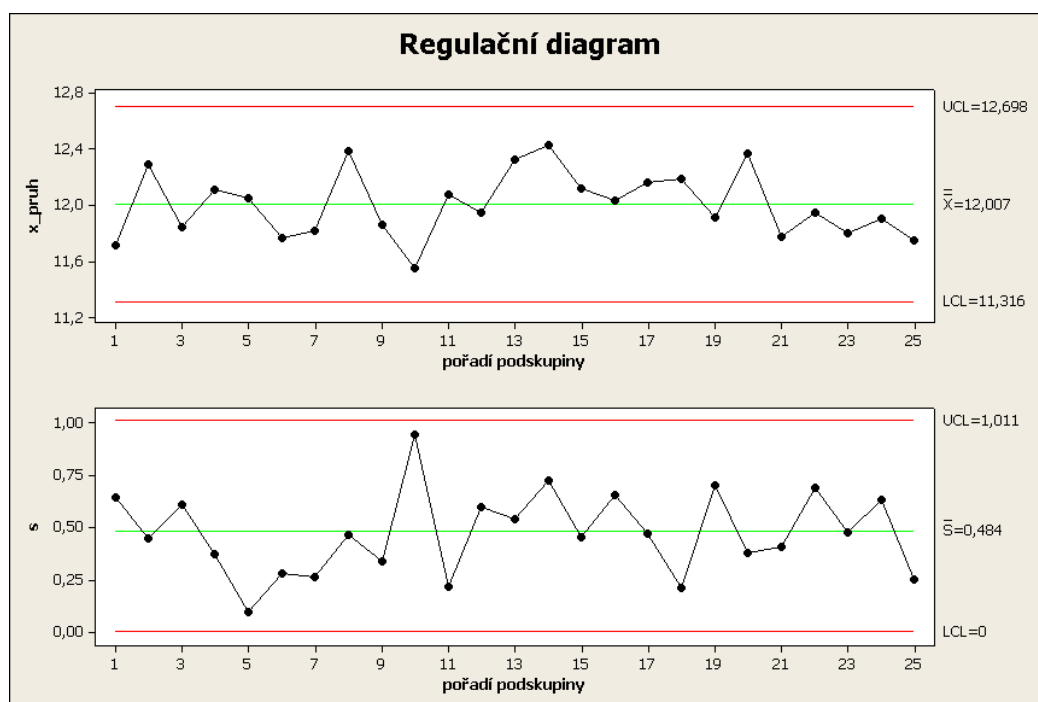
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.3)$$

První pravidlo v podstatě umožňuje použití regulačních diagramů, které jako míru polohy používají aritmetický průměr a pracují s dostatečným rozsahem podskupiny, i pro znaky kvality, jejichž rozdělení neodpovídá normálnímu rozdělení. Z uvedených Shewhartových regulačních diagramů se tato možnost týká regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrové rozpětí a regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku.

Naopak, regulační diagram pro medián a výběrové rozpětí a regulační diagram pro individuální hodnoty a klouzavé rozpětí je možné aplikovat pouze na znaky kvality, jejichž rozdělení odpovídá normálnímu rozdělení. Před použitím některého z těchto dvou regulačních diagramů je tedy nezbytné předem ověřit normalitu sledovaného znaku kvality.

Mohlo by se zdát, že by bylo vhodnější vždy před použitím regulačních diagramů nejprve ověřit normalitu dat. V řadě případů je však příčinou nenormality právě působení vymezitelných příčin, které lze odhalit až pomocí regulačního diagramu.

Příklad regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku je uveden na obr. 1.3. V této dvojici diagramů se nevyskytují žádné signály působení vymezitelných příčin variability, tedy žádné hodnoty neleží mimo regulační meze a nevyskytují se zde nenáhodná seskupení bodů [6]. Analyzovaný proces je tedy statisticky zvládnutý a můžeme hodnotit jeho způsobilost.



Obr. 1.3 Regulační diagram pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku.

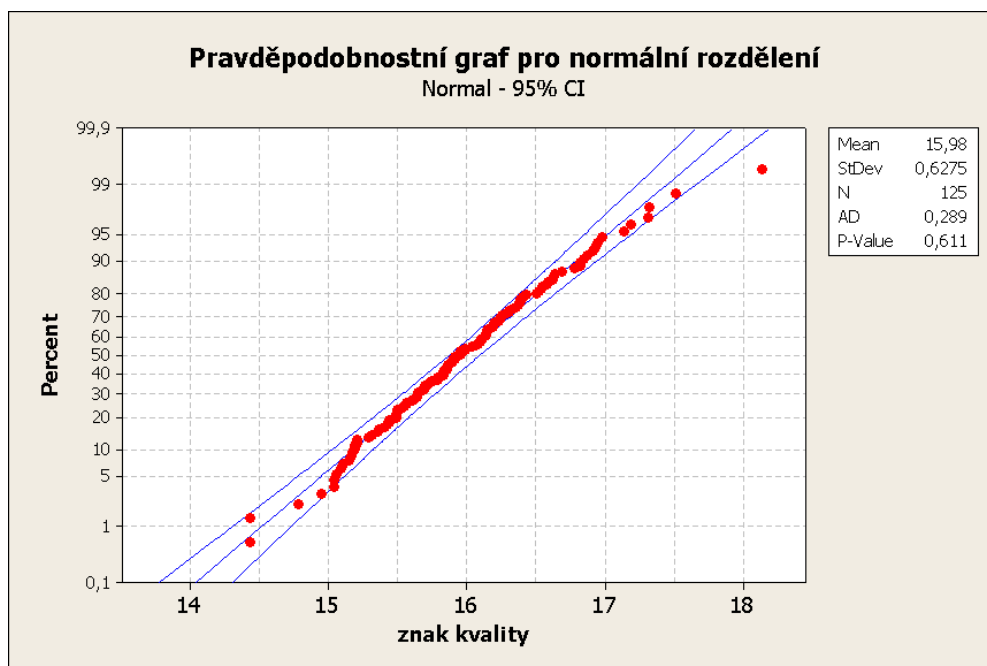
1.2.6 Ověření normality sledovaného znaku kvality

Zatímco před analýzou statistické zvládnutosti procesu není vždy nezbytné ověřovat normalitu dat, před výpočtem indexů způsobilosti je nutné ověřením normality provést vždy. Je to proto, že k hodnocení způsobilosti procesu se standardně používají indexy způsobilosti, které jsou založeny na předpokladu normálního rozdělení sledovaného znaku kvality.

Základní informaci o podobnosti rozdělení sledovaného znaku normálnímu rozdělení lze získat pomocí vhodných grafických nástrojů, jako je například histogram nebo normální pravděpodobnostní graf.

Jak již bylo uvedeno, histogram je sloupcový diagram znázorňující rozdělení četnosti hodnot ve vhodně zvolených intervalech. Pokud je histogram, sestrojený ze shromážděných dat, jednovrcholový, symetrický a má zvonovitý tvar, je pravděpodobné, že normalita bude splněna.

Objektivnější grafické posouzení normality umožňuje pravděpodobnostní graf pro normální rozdělení (Normal Probability Plot). Tento graf vyjadřuje vztah kvantilů analyzovaného souboru dat s kvantily normálního rozdělení. Posouzení normality dat je založeno na míře shody vynesných bodů s teoretickou přímkovou závislostí, která odpovídá případu úplné shody rozdělení naměřených hodnot s normálním rozdělením. Příklad pravděpodobnostního grafu pro normální rozdělení je uveden na obrázku 1.4. Z obrázku je patrné, že rozdělení sledovaného znaku poměrně dobře odpovídá normálnímu rozdělení.



Obr. 1.4 Pravděpodobnostní graf pro normální rozdělení.

Grafické nástroje jsou při posuzování normality sledovaného znaku kvality velice důležité, avšak neposkytují dostatečně objektivní informaci. Objektivní ověření normality je potřeba provést pomocí numerických testů.

Pro testování normality existuje celá řada numerických testů. Jedná se například o Shapiro-Wilkův test, Anderson-Darlingův test, Ryan-Joinerův test, Kolmogorov-Smirnovův test, test Chí kvadrát, test výběrové šikmosti a špičatosti atd. Volba vhodného testu je většinou ovlivněna nabídkou používaného software.

Testování normality je jednou z úloh testování hypotéz. Hypotézy testu jsou formulovány takto:

Nulová hypotéza H_0 : $x_1, x_2, \dots, x_n$ je náhodný výběr z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$.

Alternativní hypotéza H_1 : $x_1, x_2, \dots, x_n$ není náhodný výběr z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$.

Při standardním postupu testování hypotéz je počítáno testovací kritérium, jehož rozdělení při platnosti nulové hypotézy odpovídá určitému teoretickému modelu rozdělení. Hodnota testovacího kritéria se pak porovnává s kritickou hodnotou daného rozdělení pro zvolenou hladinu

významnosti. Výsledek tohoto porovnání pak vede k závěru, zda má být, na zvolené hladině významnosti, nulová hypotéza přijata, nebo naopak zamítnuta a přijata alternativní hypotéza.

Statistické programy pro vyhodnocení, zda má být nulová hypotéza přijata (a zamítnuta alternativní) nebo zamítnuta (a přijata alternativní) uvádějí tzv. p-hodnotu (P-Value). P-hodnota představuje minimální hladinu významnosti, na které by ještě bylo možné při daných naměřených hodnotách náhodného výběru zamítnout nulovou hypotézu H_0 . Jestliže je p-hodnota větší než nebo rovna zvolené hladině významnosti, přijímáme nulovou hypotézu a zamítáme alternativní hypotézu. Jestliže je p-hodnota menší než zvolená hladina významnosti, zamítáme nulovou hypotézu a přijímáme alternativní hypotézu. Hladina významnosti se při běžných výpočtech obvykle volí na úrovni $\alpha=0,05$.

Na obrázku 1.4 jsou, kromě normálního pravděpodobnostního grafu, uvedeny i výsledky Anderson-Darlingova testu normality. Stanovená p-hodnota (P-value= 0,611) má vyšší hodnotu než hladina významnosti $\alpha=0,05$, což potvrzuje skutečnost, že data pocházejí z normálního rozdělení.

1.2.7 Výpočet indexů způsobilosti a jejich porovnání s požadovanými hodnotami

K hodnocení způsobilosti procesů se běžně používají indexy způsobilosti [4]. Nejčastěji jsou využívány indexy C_p a C_{pk} , které posuzují potenciální a skutečnou schopnost procesu trvale poskytovat produkty vyhovující tolerančním mezím. V menší míře se zatím uplatňují indexy C_{pm} , C_{pm}^* , a C_{pmk} , které navíc posuzují schopnost procesu dosahovat cílové hodnoty sledovaného znaku kvality.

1.2.8 Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení procesu

Pokud analýza způsobilosti procesu vede k závěru, že proces není způsobilý, je potřeba realizovat vhodná opatření k dosažení způsobilosti. Vhodná opatření lze odvodit ze vzájemného porovnání hodnot jednotlivých indexů způsobilosti, důležitou pomůckou je rovněž sestrojený histogram.

1.3 INDEXY ZPŮSOBILOSTI PROCESU

Jak již bylo uvedeno, způsobilost procesu se hodnotí pomocí indexů způsobilosti. Každý z těchto indexů charakterizuje způsobilost procesu poněkud jiným způsobem. Pro komplexnější posouzení způsobilosti by měly být vždy uváděny vhodné kombinace indexů. Zároveň by stanovené hodnoty indexů způsobilosti měly být vždy doplněny grafickým zobrazením rozdělení sledovaného znaku kvality (například pomocí histogramu) vůči tolerančním mezím.

1.3.1 Index způsobilosti C_p

Index způsobilosti C_p je mírou potenciální schopnosti procesu zajistit, aby sledovaný znak kvality ležel uvnitř tolerančních mezí. Hodnota indexu C_p je poměrem maximálně přípustné a skutečné variability hodnot znaku kvality bez ohledu na jejich umístění v tolerančním poli. Index C_p tedy charakterizuje potenciální možnosti procesu dané jeho variabilitou (schopnost sledovaného znaku „vejít se“ do tolerance), ale již nic neříká o tom, jak jsou tyto možnosti ve skutečnosti využity. Lze ho stanovit pouze v případě oboustranné tolerance. Počítá se podle vztahu:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (1.4)$$

kde:

LSL - dolní toleranční mez

USL - horní toleranční mez

σ - směrodatná odchylka

Skutečná variabilita sledovaného znaku kvality je vyjádřena hodnotou 6σ , jež v případě normálního rozdělení vymezuje oblast, v níž každá další hodnota bude ležet s pravděpodobností 0,9973. Hodnota $C_p = 1$ tedy například poskytuje informaci, že minimální očekávaný výskyt neshodných produktů na výstupu z procesu bude činit 0,27 %. Této minimální hodnoty bude však dosaženo pouze v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku kvality bude ležet ve středu tolerance.

Grafické znázornění charakteristik potřebných pro výpočet indexu způsobilosti C_p je uvedeno na obr. 1.5.

Pro výpočet indexu C_p je potřeba vhodným způsobem odhadnout směrodatnou odchylku. Pro odhad směrodatné odchylky jsou doporučovány vztahy založené na průměrné variabilitě v podskupinách [5, 6]:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (1.5)$$

nebo:

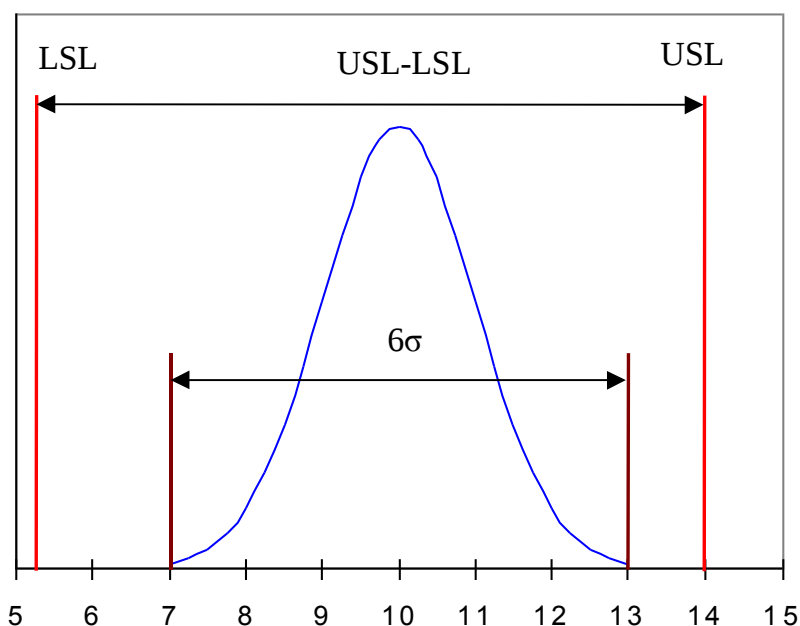
$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{C_4} \quad (1.6)$$

případně:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^k s_j^2}{k}} \quad (1.7)$$

kde:

- $\bar{R}$ - průměrné variační rozpětí v podskupinách
- $\bar{s}$ - průměrná hodnota výběrových směrodatných odchylek v podskupinách
- d_2, C_4 - koeficienty závislé na rozsahu podskupiny
- s_j^2 - výběrový rozptyl hodnot v j-té podskupině
- k - počet podskupin



Obr. 1.5 Charakteristiky potřebné pro stanovení indexu způsobilosti C_p .

Volba vztahu pro odhad směrodatné odchylky obvykle závisí na typu regulačního diagramu pro vyhodnocení změn variability sledovaného znaku kvality uvnitř podskupin. Při použití regulačního diagramu pro výběrové rozpětí je směrodatná odchylka odhadována na základě průměrného rozpětí v podskupinách (vztah (1.5)), při použití regulačního diagramu pro výběrovou směrodatnou odchylku je směrodatná odchylka odhadována na základě průměrné směrodatné odchylky v podskupinách (vztah (1.6)). Není to však pravidlem, například statistický program Minitab preferuje odhad směrodatné odchylky na základě průměrného rozptylu v podskupinách dle vztahu (1.7) (tzv. sdružená směrodatná odchylka).

1.3.2 Index způsobilosti C_{pk}

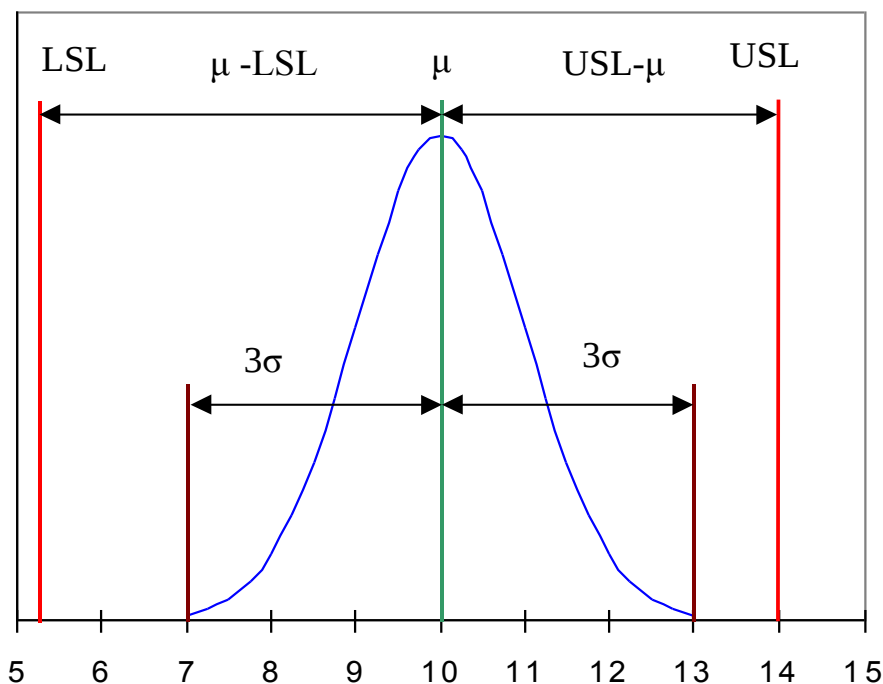
Index způsobilosti C_{pk} zohledňuje jak variabilitu sledovaného znaku kvality, tak jeho polohu vůči tolerančním mezím. Index C_{pk} tedy charakterizuje skutečnou způsobilost procesu dodržovat předepsané toleranční meze. Jeho hodnota vyjadřuje poměr vzdálenosti střední hodnoty sledovaného znaku kvality od bližší toleranční meze k polovině skutečné variability hodnot. Index C_{pk} lze počítat jak v případě oboustranné, tak jednostranné tolerance. K jeho výpočtu se používá vztah:

$$C_{pk} = \min \{C_{pL}; C_{pU}\} = \min \left\{ \frac{\mu - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \mu}{3\sigma} \right\} \quad (1.8)$$

kde: μ - střední hodnota sledovaného znaku kvality

Střední hodnota sledovaného znaku kvality se odhaduje pomocí aritmetického průměru shromážděných údajů.

Grafické znázornění charakteristik potřebných pro výpočet indexu způsobilosti C_{pk} je uvedeno na obr. 1.6.



Obr. 1.6 Charakteristiky potřebné pro stanovení indexu způsobilosti C_{pk} .

V případech, kdy jsou předepsány obě toleranční meze, lze stanovit jak index C_p , tak index C_{pk} . Mezi jejich hodnotami lze odvodit vztah:

$$C_{pk} = C_p - \frac{\left| \frac{USL + LSL}{2} - \mu \right|}{3\sigma} \quad (1.9)$$

Z uvedeného vztahu je patrné, že mezi hodnotami indexů způsobilosti C_{pk} a C_p platí nerovnost:

$$C_{pk} \leq C_p \quad (1.10)$$

Hodnota indexu způsobilosti C_{pk} je tedy obecně menší a maximálně rovna hodnotě indexu C_p . Rozdíl mezi hodnotami obou indexů je tím vyšší, čím více je střední hodnota sledovaného znaku vzdálena od středu tolerance. Například při posunu střední hodnoty sledovaného znaku kvality ze středu tolerančního pole o jednu směrodatnou odchylku bude hodnota C_{pk} o 0,33 nižší než hodnota C_p . Rovnosti obou těchto indexů způsobilosti je dosaženo pouze v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku kvality leží právě ve středu tolerance. Tehdy je potenciální způsobilost procesu daná variabilitou sledovaného znaku maximálně využita.

Pokud máme k dispozici hodnoty dílčích indexů způsobilosti C_{pL} a C_{pU} , lze k výpočtu indexů C_p a C_{pk} využít vztahy:

$$C_p = \frac{C_{pL} + C_{pU}}{2} \quad (1.11)$$

$$C_{pk} = \min\{C_{pL}; C_{pU}\} \quad (1.12)$$

1.3.3 Index způsobilosti C_{pm}

Index způsobilosti C_{pm} patří ke skupině indexů, které kromě porovnávání variability či polohy sledovaného znaku kvality vůči tolerančním mezím vyhodnocují i míru dosažení tzv. cílové hodnoty T (Target Value). Definování cílové hodnoty, jako optimální hodnoty sledovaného znaku kvality, při které nevzniká žádná finanční ztráta, navrhl japonský odborník G. Taguchi.

Index způsobilosti C_{pm} porovnává maximálně přípustnou variabilitu sledovaného znaku kvality danou šířkou tolerance s jeho skutečnou variabilitou kolem cílové (optimální) hodnoty T . Tento index tedy zohledňuje jak variabilitu hodnot sledovaného znaku kvality, tak míru dosažení cílové hodnoty. Lze ho stanovit pouze v případě oboustranné tolerance a měl by být používán pouze tehdy, když cílová hodnota leží ve středu tolerance.

Index způsobilosti C_{pm} se počítá podle vztahu:

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1.13)$$

kde: T - cílová (optimální) hodnota.

Mezi hodnotami indexů C_{pm} a C_p lze odvodit vztah:

$$C_{pm} = C_p \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1.14)$$

který lze upravit na tvar:

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2}} \quad (1.15)$$

Z uvedených vztahů je patrné, že mezi hodnotami indexů způsobilosti C_{pm} a C_p platí nerovnost:

$$C_{pm} \leq C_p \quad (1.16)$$

Rovnosti příslušných indexů je dosaženo pouze v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku kvality odpovídá cílové hodnotě. Pokud dojde například k posunu střední hodnoty od cílové hodnoty o jednu směrodatnou odchylku, bude hodnota indexu C_{pm} 1,41krát nižší než hodnota C_p .

1.3.4 Index způsobilosti C_{pm}^*

Pro případy, kdy cílová hodnota neleží ve středu tolerančního pole nebo je specifikována jednostranná tolerance, je zaveden index C_{pm}^* . Tento index porovnává vzdálenost cílové hodnoty sledovaného znaku od bližší toleranční meze s polovinou skutečné variability sledovaného znaku kolem této cílové (optimální) hodnoty. Počítá se pomocí vztahu:

$$C_{pm}^* = \min \left\{ \frac{T - LSL}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{USL - T}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right\} \quad (1.17)$$

V případech, kdy cílová hodnota leží ve středu tolerance, odpovídá hodnota indexu C_{pm}^* hodnotě indexu C_{pm} .

1.3.5 Index způsobilosti C_{pmk}

Index způsobilosti C_{pmk} porovnává vzdálenost střední hodnoty sledovaného znaku kvality k bližší toleranční mezi s polovinou variability znaku kolem cílové hodnoty.

$$C_{pmk} = \min \left\{ \frac{\mu - LSL}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{USL - \mu}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right\} \quad (1.18)$$

V případě oboustranné tolerance, kdy se dají stanovit indexy C_p a C_{pm} , lze definiční vztah převést na tvar:

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk} \cdot C_{pm}}{C_p} \quad (1.19)$$

Index způsobilosti procesu C_{pmk} je tedy v podstatě kombinací některých výše uvedených indexů. Využívá dobré vlastnosti indexu C_{pk} , zejména jeho schopnost ohodnotit, zda hodnoty sledovaného znaku kvality skutečně leží uvnitř tolerance, které kombinuje s mírou dosažení stanovené cílové hodnoty.

Obdobně jako v případě indexů C_{pm} a C_p lze mezi hodnotami indexů C_{pmk} a C_{pk} odvodit vztah:

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma} \right)^2}} \quad (1.20)$$

Mezi hodnotami indexů způsobilosti C_{pmk} a C_{pk} platí nerovnost:

$$C_{pmk} \leq C_{pk} \quad (1.21)$$

Rovnosti příslušných indexů je dosaženo pouze v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku kvality odpovídá cílové hodnotě.

Z uvedených vztahů rovněž vyplývá nerovnost:

$$C_{pmk} \leq C_{pm} \quad (1.22)$$

Rovnosti těchto indexů je dosaženo v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku leží ve středu tolerančního pole. Pokud dojde například k posunu střední hodnoty od cílové hodnoty o jednu směrodatnou odchylku, bude hodnota indexu C_{pmk} 1,41krát nižší než hodnota C_{pk} .

Souhrnně lze vztahy mezi indexy způsobilosti procesu vyjádřit těmito nerovnostmi:

$$C_{pmk} \leq C_{pk} \leq C_p \quad (1.23)$$

$$C_{pmk} \leq C_{pm} \leq C_p \quad (1.24)$$

Vztahy mezi indexy způsobilosti nelze vyjádřit jednou nerovností, protože relace mezi indexy C_{pk} a C_{pm} není jednoznačná, neboť závisí na pozici střední hodnoty sledovaného znaku vůči cílové hodnotě a středu tolerance.

1.3.6 Doporučené pořadí vyhodnocení indexů způsobilosti

Pro vyhodnocování indexů způsobilosti procesu lze doporučit toto pořadí:

- 1) Stanovení indexu způsobilosti C_{pk}
- 2) Stanovení indexu způsobilosti C_p
- 3) Stanovení indexu C_{pmk}

❖ Stanovení indexu způsobilosti C_{pk}

Index způsobilosti C_{pk} charakterizuje reálnou způsobilost procesu dodržovat předepsané tolerance sledovaného znaku kvality a je základním kritériem způsobilosti procesu. Jestliže je dosažena požadovaná mezní hodnota, je proces považován za způsobilý. Samotná hodnota indexu C_{pk} je sice rozhodující pro kvalifikaci způsobilosti procesu, avšak vzhledem k tomu, že tento index je závislý jak na střední hodnotě, tak směrodatné odchylce, neposkytuje informaci o tom, zda lze způsobilost procesu zlepšit lepším seřízením procesu, nebo je nezbytné snížit variabilitu sledovaného znaku. Tuto informaci lze získat následným vyhodnocením indexu C_p , který je závislý pouze na variabilitě sledovaného znaku, případně pomocí grafického zobrazení situace.

❖ Stanovení indexu způsobilosti C_p

Index způsobilosti C_p charakterizuje potenciální způsobilost procesu. Posuzuje, zda se hodnoty sledovaného znaku kvality, vzhledem k dosahované variabilitě, mohou vejít do tolerančních mezí. Porovnání hodnoty C_p s hodnotou C_{pk} poskytuje informaci o míře využití potenciální způsobilosti procesu, která souvisí se správností seřízení procesu vůči tolerančním mezím. Nejlépe je potenciální způsobilost procesu využita (hodnoty obou indexů způsobilosti procesu se rovnají) v případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku je seřízena na střed tolerance. Znalost obou indexů způsobilosti rovněž umožňuje stanovit, zda ke zlepšení procesu je dostačující jeho seřízení, nebo je potřeba realizovat opatření, která zajistí snížení variability sledovaného znaku kvality.

❖ Stanovení indexu C_{pmk}

Míra seřízení procesu na cílovou hodnotu je sice důležitá, ale mnohem méně než míra dodržování tolerančních mezí. To je jeden z důvodů, proč zákazníci zajímá zejména hodnota indexu C_{pk} a mnohem méně je zajímaví indexy, které zohledňují míru dosažení cílové hodnoty. Ze tří uvedených indexů je nejvhodnější využít index způsobilosti C_{pmk} . Míru dosažení cílové hodnoty zohledňují rovněž indexy způsobilosti C_{pm} a C_{pm}^* , jejich použití však má určitá omezení a obtížnější je rovněž jejich interpretace.

Míru dosažení cílové hodnoty lze posoudit na základě porovnání indexu C_{pmk} s indexem C_{pk} . Pokud se oba indexy rovnají, leží střední hodnota sledovaného znaku kvality právě v cílové hodnotě, jestliže je C_{pmk} menší než C_{pk} (v oblasti kladných hodnot indexů), proces se od cílové hodnoty znaku odchyluje.

1.4 POŽADAVKY NA ZPŮSOBILOST PROCESU A MOŽNOSTI JEJÍHO DOSAŽENÍ

Požadavky na způsobilost procesu se většinou vztahují k hodnotě indexu způsobilosti C_{pk} , který charakterizuje reálnou způsobilost procesu udržovat sledovaný znak kvality v předepsaných tolerančních mezích. Minimální hodnota indexu C_{pk} , při které je proces považován za způsobilý, se s rozvojem technologií a rostoucími nároky zákazníků posouvá k vyšším hodnotám. V současné době se proces obvykle považuje za způsobilý v případě, když hodnota tohoto indexu způsobilosti dosahuje minimálně hodnoty 1,33 ($C_{pk} \geq 1,33$). Tato hodnota představuje požadavek, aby dosahovaná střední hodnota sledovaného znaku kvality ležela ve vzdálenosti nejméně 4σ od tolerančních mezí.

Obvyklý požadavek, aby hodnota C_{pk} byla větší nebo rovna hodnotě 1,33, se týká tzv. dlouhodobé způsobilosti procesu, kdy by se v hodnotách sledovaného znaku kvality shromažďovaných po dostatečně dlouhé období měly projevit všechny běžné vlivy působící na proces. V případě analýzy předběžné způsobilosti procesu, která se provádí na základě dat shromážděných v průběhu ověřovací výroby, je proces považován za způsobilý až tehdy, kdy hodnota indexu C_{pk} je větší nebo rovna 1,67 ($C_{pk} \geq 1,67$). Tato hodnota představuje požadavek, aby dosahovaná střední hodnota sledovaného znaku kvality ležela ve vzdálenosti nejméně 5σ od tolerančních mezí. Tento přísnější požadavek souvisí se skutečností, že v průběhu ověřovací výroby se obvykle nemají možnost zcela projevit všechny běžné vlivy působící na proces.

V případě zjištění, že proces není způsobilý, je pro volbu vhodných opatření potřeba rozlišit případy, kdy nezpůsobilost je způsobena posunem hodnot vůči středu tolerance nebo vysokou variabilitou sledovaného znaku kvality. Tyto situace lze identifikovat na základě porovnání hodnot indexu C_{pk} a C_p .

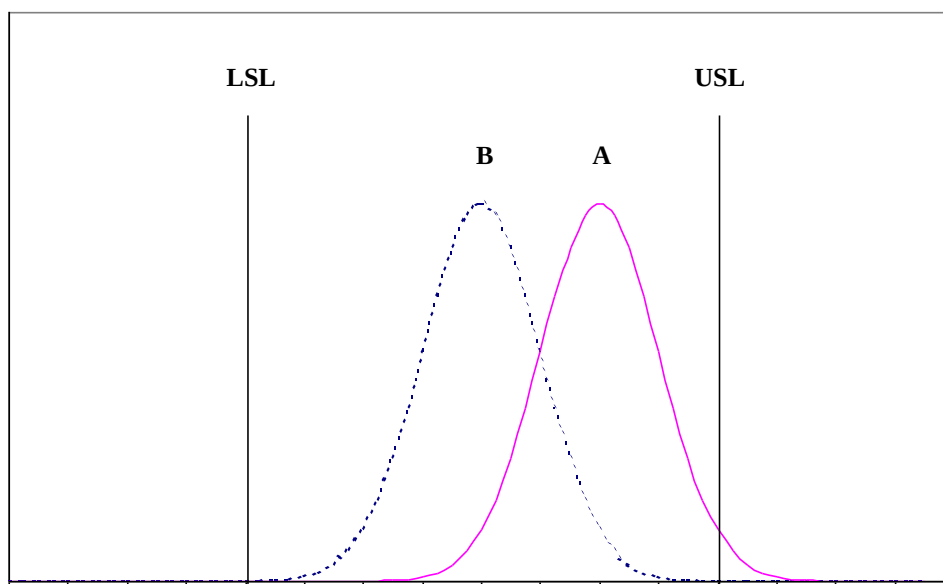
V případě nezpůsobilých procesů mohou z hlediska hodnot indexů C_{pk} a C_p nastat dvě základní situace:

- a) $C_{pk} < 1,33$; $C_p \geq 1,33$
- b) $C_{pk} < 1,33$; $C_p < 1,33$

V každé z těchto situací má nezpůsobilost procesu jinou příčinu a tedy musejí být aplikována jiná opatření k dosažení způsobilosti procesu.

❖ $C_{pk} < 1,33$; $C_p \geq 1,33$

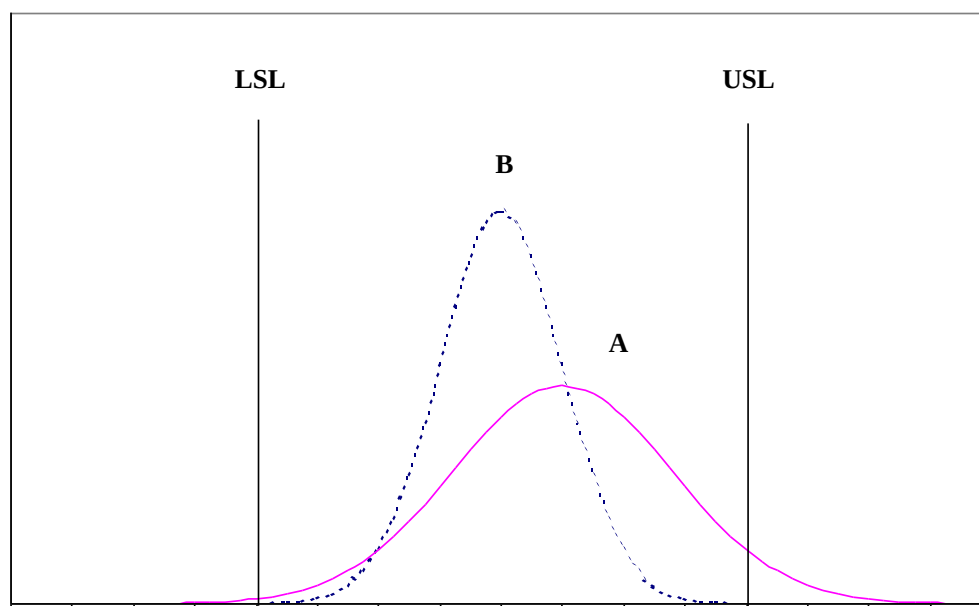
V tomto případě se hodnoty sledovaného znaku mohou s dostatečnou rezervou vejít do tolerance, avšak tato možnost není využita (proces není vhodně seřízen). Pro zajištění způsobilosti procesu stačí proces správně seřídit vůči tolerančním mezím, nejlépe na střed tolerance (pak hodnota C_{pk} dosáhne úrovně C_p a proces bude způsobilý). Danou situaci zobrazuje obr. 1.7.



Obr. 1.7 Dosažení způsobilosti procesu seřizováním střední hodnoty (A - nezpůsobilý proces: $C_{pk} = 0,67$; $C_p = 1,33$. B - způsobilý proces: $C_{pk} = 1,33$; $C_p = 1,33$.)

❖ $C_{pk} < 1.33$; $C_p < 1.33$

V tomto případě se hodnoty sledovaného znaku díky vysoké variabilitě procesu nemohou s dostatečnou rezervou vejít do tolerance. K dosažení způsobilosti je nutné snížit variabilitu sledovaného znaku, což obvykle vyžaduje buď radikální zásah do technologie, nebo převod výroby na jiné výrobní zařízení. Variabilitu procesu je potřeba snížit alespoň na takovou úroveň, aby hodnota indexu C_p byla alespoň 1,33 nebo vyšší. Pak už lze způsobilosti procesu dosáhnout seřizením střední hodnoty sledovaného znaku na střed tolerančního pole. Danou situaci zobrazuje obr. 1.8.



Obr. 1.8 Dosažení způsobilosti procesu snižováním variability a seřizováním

A - nezpůsobilý proces: $C_{pk} = 0,56$; $C_p = 0,74$.

B - způsobilý proces: $C_{pk} = 1,33$; $C_p = 1,33$.)

1.5 ODHAD PRAVDĚPODOBNOSTI VÝSKYTU NESHODNÝCH PRODUKTŮ NA ZÁKLADĚ INDEXŮ ZPŮSOBILOSTI PROCESU

S pravděpodobností výskytu neshodných výrobků je nejvíce svázán index C_{pk} , resp. indexy C_{pL} a C_{pU} . Hodnoty indexů způsobilosti, které zohledňují i míru dosažení cílové hodnoty s pravděpodobností výskytu neshodných výrobků přímo nesouvisejí.

Pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků lze v případě oboustranných tolerančních mezí vyjádřit vztahem:

$$P = P(X < LSL) + P(X > USL) \quad (1.25)$$

Pro případ splnění normality sledovaného znaku kvality lze pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků odhadnout pomocí vztahu:

$$P = \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{\mu - USL}{\sigma}\right) \quad (1.26)$$

kde:

Φ – distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

Úpravou výše uvedeného vztahu spojenou se zavedením hodnot indexů způsobilosti C_{pL} a C_{pU} lze pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků vyjádřit ve tvaru:

$$P = \Phi(-3C_{pL}) + \Phi(-3C_{pU}) \quad (1.27)$$

Grafické zobrazení příslušných pravděpodobností je znázorněno na obr. 1.9. Vztah (1.27) lze dále upravit do podoby:

$$P = \Phi(-3C_{pk}) + \Phi(3C_{pk} - 6C_p) \quad (1.28)$$

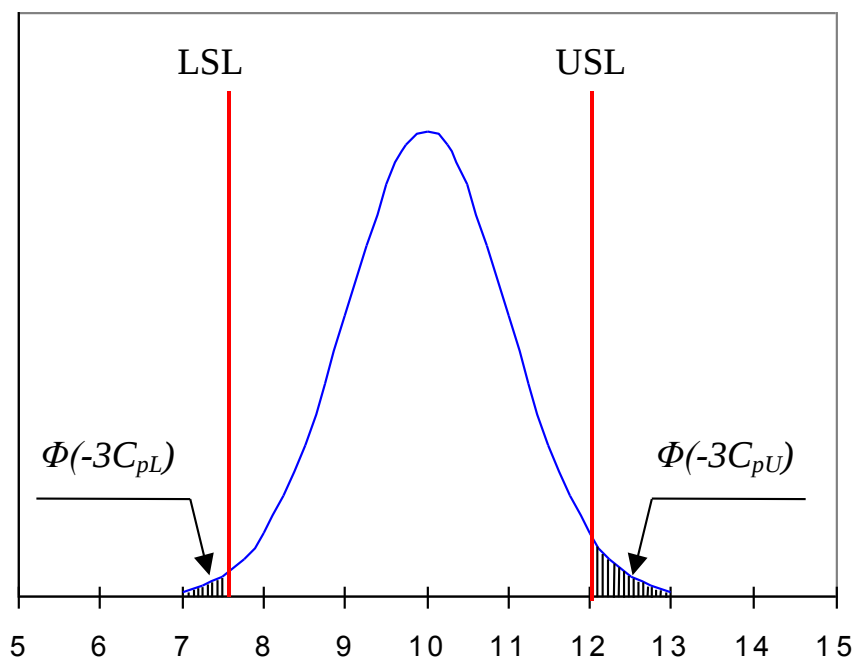
Ve specifickém případě, kdy střední hodnota sledovaného znaku kvality leží právě ve středu tolerančního pole a hodnoty indexů C_p a C_{pk} se rovnají, lze pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků stanovit pomocí vztahu:

$$P = 2 \cdot \Phi(-3C_{pk}) \quad (1.29)$$

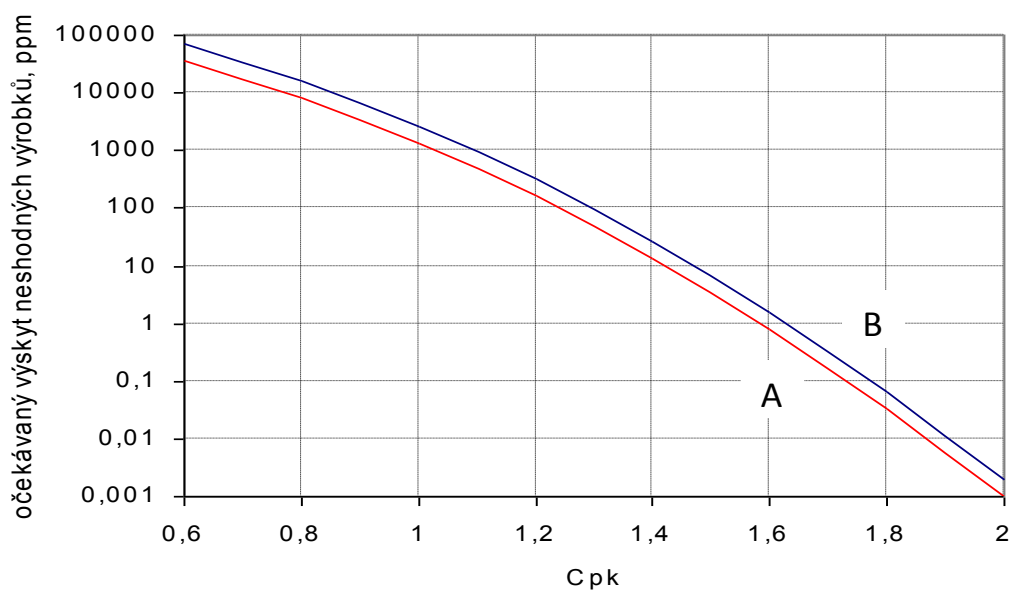
Pro případ jednostranné tolerance pak lze pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků vyjádřit vztahem:

$$P = \Phi(-3C_{pk}) \quad (1.30)$$

Závislosti očekávaného výskytu neshodných výrobků v ppm na hodnotě indexu C_{pk} jsou zobrazeny na obr. 1.10.



Obr. 1.9 Stanovení pravděpodobnosti výskytu neshodných výrobků v případě oboustranné tolerance a normálního rozdělení sledovaného znaku.



Obr. 1.10 Závislost očekávaného výskytu neshodných výrobků na hodnotě C_{pk} (A-jednostranná tolerance, B-oboustranná tolerance, proces seřízený na střed tolerance).

1.6 ANALÝZA ZPŮSOBILOSTI VÝROBNÍHO ZAŘÍZENÍ

Způsobilost výrobního zařízení (Machine Capability Analysis) lze charakterizovat jako schopnost výrobního zařízení poskytovat produkty splňující požadovaná kritéria kvality. Někdy se označuje rovněž jako „krátkodobá způsobilost procesu“.

Analýzy způsobilosti výrobního zařízení se obvykle provádějí v těchto situacích:

- u výrobce výrobního zařízení před dodáním zákazníkovi,
- po instalaci výrobního zařízení u zákazníka,
- po určité době provozování výrobního zařízení,
- po opravách výrobního zařízení,
- před zahájením výroby nového výrobku.

Analýza způsobilosti výrobního zařízení by měla probíhat v těchto krocích:

1. Volba znaku kvality produktu
2. Analýza systému měření
3. Shromáždění údajů (po stabilizaci všech vnějších faktorů ovlivňujících průběh procesu na výrobním zařízení)
4. Průzkumová analýza shromážděných údajů (histogram, krabicový diagram, časová řada)
5. Posouzení statistické zvládnutosti procesu na daném výrobním zařízení
6. Ověření normality sledovaného znaku kvality
7. Výpočet indexů způsobilosti výrobního zařízení a jejich porovnání s požadovanými hodnotami
8. Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení způsobilosti výrobního zařízení.

Hlavní rozdíl u analýzy způsobilosti výrobního zařízení oproti analýze způsobilosti procesu spočívá ve způsobu shromáždění údajů. Zatímco při analýze způsobilosti procesu je žádoucí, aby shromážděné údaje postihovaly všechny běžné vlivy působící a proces, v případě analýzy způsobilosti výrobního zařízení je žádoucí, aby se projevily pouze vlivy související s výrobním zařízením a působení všech dalších zdrojů variability bylo potlačeno. Při shromažďování údajů tedy výroba na výrobním zařízení probíhá ve stabilizovaných podmínkách, kdy se nemění vstupní materiál, nastavení výrobního zařízení, pracovník obsluhy, vnější podmínky apod. Za těchto stabilizovaných podmínek se v co nejkratším čase na výrobním zařízení vyrobí alespoň 50 výrobků za sebou.

K posouzení statistické zvládnutosti procesu na daném výrobním zařízení lze po ověření normality dat využít regulační diagram pro individuální hodnoty a klouzavá rozpětí, obvykle se však vždy z pěti po sobě jdoucích hodnot vytvoří podskupiny a použije se regulační diagram pro výběrový průměr a výběrové rozpětí nebo regulační diagram pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku.

Indexy způsobilosti výrobního zařízení se počítají podle stejných vztahů jako indexy způsobilosti procesu, liší se však jejich označení (C_m , C_{mk} atd.). Výrobní zařízení je považováno za způsobilé, jestliže platí $C_{mk} \geq 1,67$. Přísnější požadavek souvisí s tím, že při této analýze je řada zdrojů variability potlačena.



Čas k zamyšlení

- Prokázání způsobilosti procesu je častým požadavkem zákazníka a v oblasti automobilového průmyslu je povinnou součástí procesu schvalování dílů do sériové výroby. Zamyslete se nad tím, proč zákazník prokázání způsobilosti procesu požaduje.

- Zamyslete se nad souvislostmi mezi způsobilostí procesu a výstupní kontrolou vyráběných výrobků.
- Zamyslete se nad možným vlivem vlastností systému měření na výsledky analýzy způsobilosti procesu.
- Zamyslete se nad vlivem změny polohy a variability sledovaného znaku kvality na hodnoty indexů způsobilosti C_p a C_{pk} . Může nastat situace, že se mění poloha i variabilita sledovaného znaku a hodnota některého z indexů zůstává konstantní?



Řešený příklad

Pro analýzu způsobilosti procesu byly v pravidelných intervalech měřeny hodnoty sledovaného znaku kvality u podskupin pěti výrobků vyrobených za sebou. Vypočtěte indexy způsobilosti C_p , C_{pk} , C_{pm} resp. C_{pm}^* a C_{pmk} a vyhodnoťte způsobilost procesu, jestliže toleranční meze a cílová hodnota jsou stanoveny takto: LSL = 9,7; USL = 13,9; T = 11,8. Zároveň odhadněte pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků a navrhněte vhodné opatření pro zlepšení způsobilosti procesu.

K analýze statistické zvládnutosti procesu použijte regulační diagram pro výběrový průměr a výběrové rozpětí. V případě, že proces není ve statisticky zvládnutém stavu, uvažujte situaci, že vymezené příčiny lze odhalit a odstranit. Hodnotu směrodatné odchylky odhadněte pomocí průměrného rozpětí v podskupinách (pro $n=5$ je hodnota koeficientu $d_2=2,326$).

Podskupina												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12,22	12,83	11,02	12,09	12,08	11,48	12,21	12,93	11,54	11,01	12,29	11,04	12,42
11,47	12,06	12,03	12,69	11,97	11,57	11,50	13,08	11,73	10,77	11,86	11,91	12,27
12,29	12,05	12,67	12,16	11,96	12,14	11,70	12,65	11,93	12,74	12,11	11,94	12,22
11,91	12,70	11,93	11,96	12,05	11,99	11,92	12,57	12,41	10,85	12,28	12,69	11,60
10,82	11,81	11,57	11,66	12,20	11,68	12,39	12,73	11,70	12,42	11,84	12,16	13,11
Podskupina												
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
11,91	11,67	11,81	12,13	12,18	12,08	11,97	12,10	11,82	12,26	11,53	11,36	
13,48	12,66	11,70	12,85	12,45	12,23	12,65	12,30	11,80	12,07	12,75	11,88	
11,63	12,50	13,19	11,55	12,31	10,85	12,77	11,69	11,69	11,14	12,32	11,69	
12,37	11,69	11,88	12,02	11,91	11,70	11,96	11,38	11,30	12,08	11,17	12,01	
12,73	12,09	11,60	12,25	12,07	12,73	12,48	11,42	13,13	11,48	11,75	11,84	



Shrnutí pojmů

- Způsobilost procesu
- Analýza systému měření
- Průzkumová analýza dat
- Předběžná způsobilost procesu
- Krabicový graf

- Histogram
- Normalita dat
- Statistická zvládnutost procesu
- Regulační diagram
- Indexy způsobilosti procesu (C_p , C_{pk} , C_{pm} , C_{pm}^* , C_{pmk})
- Způsobilý proces
- Způsobilost výrobního zařízení



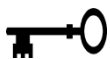
Otázky

1. Jaká data je potřeba pro analýzu způsobilosti procesu získat a jakým způsobem se shromažďují?
2. Na co se zaměřuje průzkumová analýza shromážděných dat a jaké nástroje se při ní využívají?
3. Vysvětlete rozdíl mezi indexy způsobilosti C_p a C_{pk} a jejich vzájemný vztah.
4. Uveďte, způsob odhadu střední hodnoty a směrodatné odchylky při výpočtu indexů způsobilosti procesu.
5. Charakterizujte indexy způsobilosti procesu, jež zohledňují míru dosažení cílové hodnoty.
6. Jakými způsoby lze v různých situacích zajistit způsobilost procesu?
7. Jakým způsobem lze na základě indexů způsobilosti odhadnout pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků?
8. Čím se liší analýza způsobilosti výrobního zařízení od analýzy způsobilosti procesu?



Použitá literatura

- [1] PLURA, J.: *Plánování a neustálé zlepšování jakosti*. 1. vydání. Praha: Computer Press, 2001. 244 s., ISBN 80-7226-543-1.
- [2] *Measurement System Analysis (MSA)*. 4th edition. Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporation, 2010, 231 s., ISBN 978-1-60-534211-5
- [3] PLURA, J. *Plánování jakosti II* [online]. Vyd. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012, 172 s., 1 CD-ROM, ISBN 978-80-248-2588-5
- [4] KOTZ, S.; LOVELACE, C. R. (1998) *Process Capability Indices in Theory and Practice*. New York: Oxford University Press, ISBN 0-340-69177-8
- [5] Kolektiv autorů. *Statistická regulace procesů (SPC)*. 2. vydání, Praha: Česká společnost pro jakost, 2006, 216 s.
- [6] Norma ČSN ISO 8258 *Shewhartovy regulační diagramy*. Český normalizační institut, Praha, 1993



Klíč k řešení

Řešení zadaného příkladu

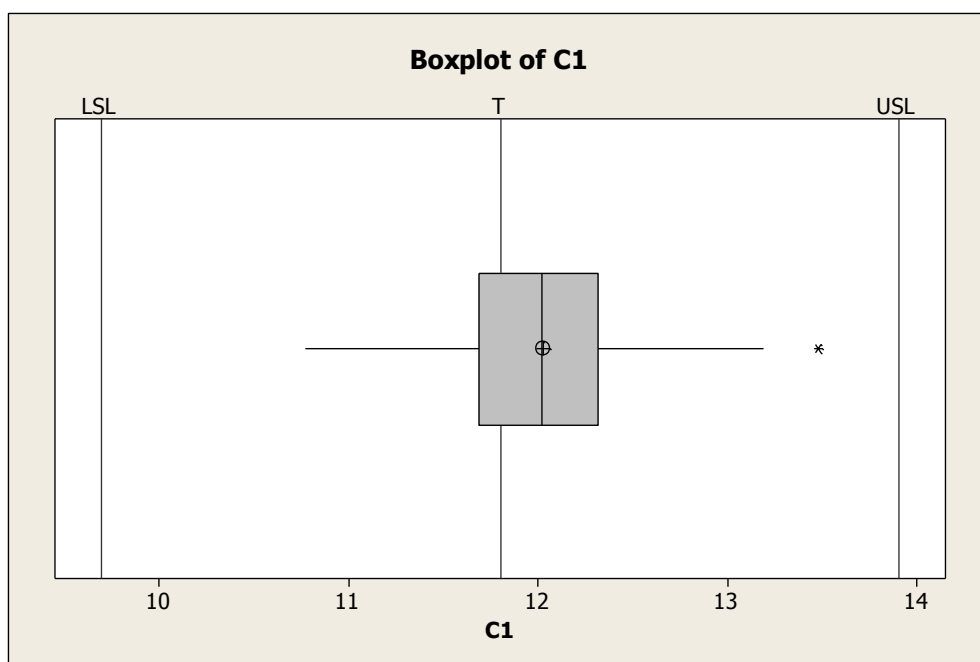
Průzkumová analýza dat

V souladu s definovaným postupem analýzy způsobilosti procesu by prvním krokem po shromáždění údajů o sledovaném znaku kvality produktů vyráběných procesem měla být průzkumová analýza dat. Za tímto účelem byl pro naměřená data zpracován krabicový graf a histogram (viz obr. 1.11 a 1.12). Pro lepší vypovídací schopnost těchto grafických nástrojů bylo příslušné zobrazení doplněno o úroveň tolerančních mezí a cílové hodnoty.

Ze zobrazeného krabicového grafu naměřených hodnot (viz obr. 1.11) je patrné, že rozdělení sledovaného znaku kvality je přibližně symetrické. Vypovídá o tom jednak velice dobrá shoda aritmetického průměru a mediánu, jednak srovnatelné hodnoty vzdáleností dolního a horního kvartilu od mediánu a přibližně srovnatelné vzdálenosti minimální a maximální hodnoty od mediánu.

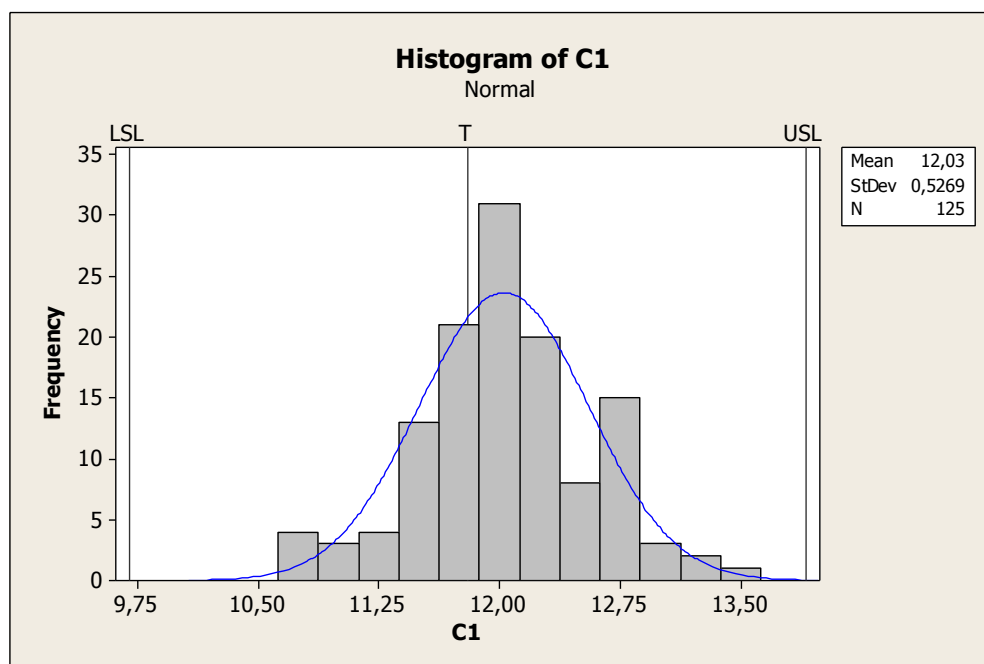
V oblasti vyšších hodnot sledovaného znaku kvality krabicový graf identifikoval jednu odlehlou hodnotu. Po tomto zjištění bychom měli prozkoumat, zda tato hodnota není výsledkem nějaké hrubé chyby měření. Pokud takové informace nemáme k dispozici, měli bychom příslušnou hodnotu v souboru naměřených údajů ponechat.

Doplnění tolerančních mezí do krabicového grafu vede k závěru, že všechny naměřené hodnoty leží v toleranci, tedy že v kontrolovaných podskupinách výrobků se nevyskytly žádné neshodné výrobky. Hodnoty sledovaného znaku kvality jsou přitom posunuty blíže horní toleranční mezi.



Obr. 1.11 Průzkumová analýza shromážděných údajů pomocí krabicového grafu.

Analýza histogramu naměřených hodnot (viz obr. 1.12) potvrzuje zjištění, že rozdělení sledovaného znaku je přibližně symetrické a že naměřené hodnoty jsou posunuty blíže horní toleranci. Histogram navíc poskytuje informaci o charakteru rozdělení sledovaného znaku. Lze konstatovat, že rozdělení sledovaného znaku kvality má přibližně zvonovitý tvar a doplněná Gaussova křivka signalizuje, že data mohou pocházet z normálního rozdělení.



Obr. 1.12 Průzkumová analýza shromážděných údajů pomocí histogramu.

Analýza statistické zvládnutosti procesu

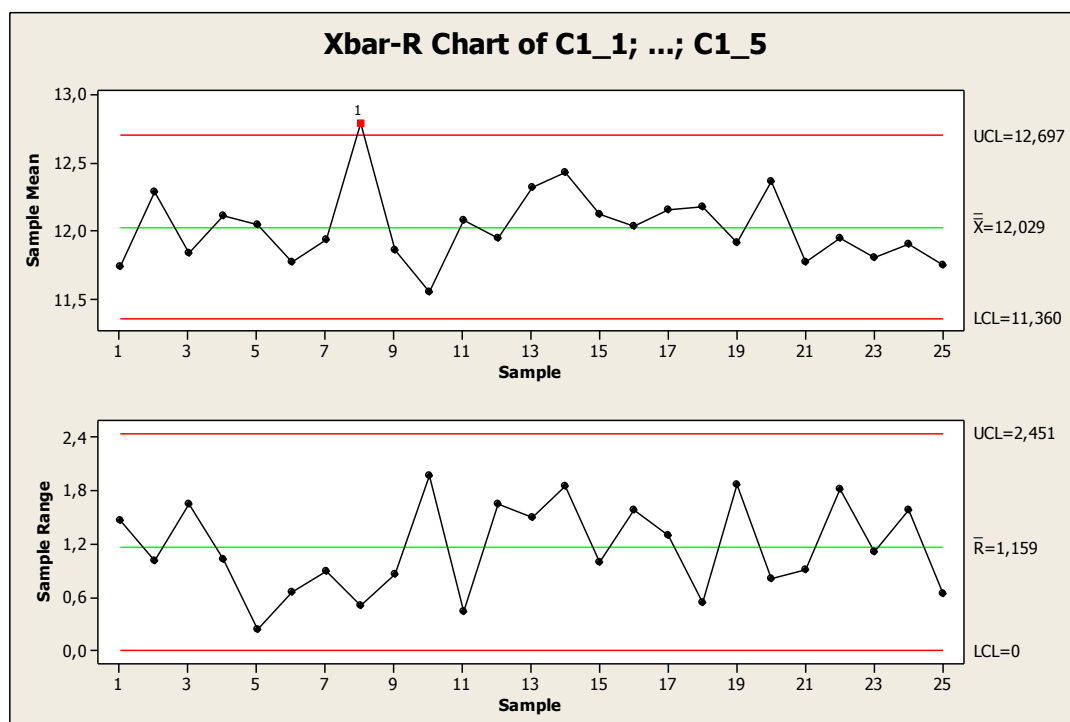
Dalším krokem analýzy způsobilosti procesu je analýza statistické zvládnutosti procesu. Za tímto účelem byl sestaven regulační diagram pro výběrový průměr a výběrové rozpětí (viz obr. 1.13). Hodnoty regulačních mezí byly vypočteny podle standardních vztahů s využitím koeficientů v souladu s normou ČSN ISO 8258 Shewhartovy regulační diagramy [6]. Pro identifikaci vymezených příčin byl použit jak základní test „bod mimo regulační meze“, tak všech sedm testů nenáhodných seskupení v souladu s ČSN ISO 8258.

Analýza regulačního diagramu vede k závěru, že analyzovaný proces není statisticky zvládnutý. Variabilita sledovaného znaku kvality u vyráběných výrobků není vyvolána pouze náhodnými příčinami, ale je zde signál působení i nějaké vymezené příčiny. Konkrétně tato vymezená příčina na proces působila v časovém období, ve kterém byla z procesu odebrána osmá podskupina výrobků, a vedla k neočekávanému nárůstu střední hodnoty sledovaného znaku.

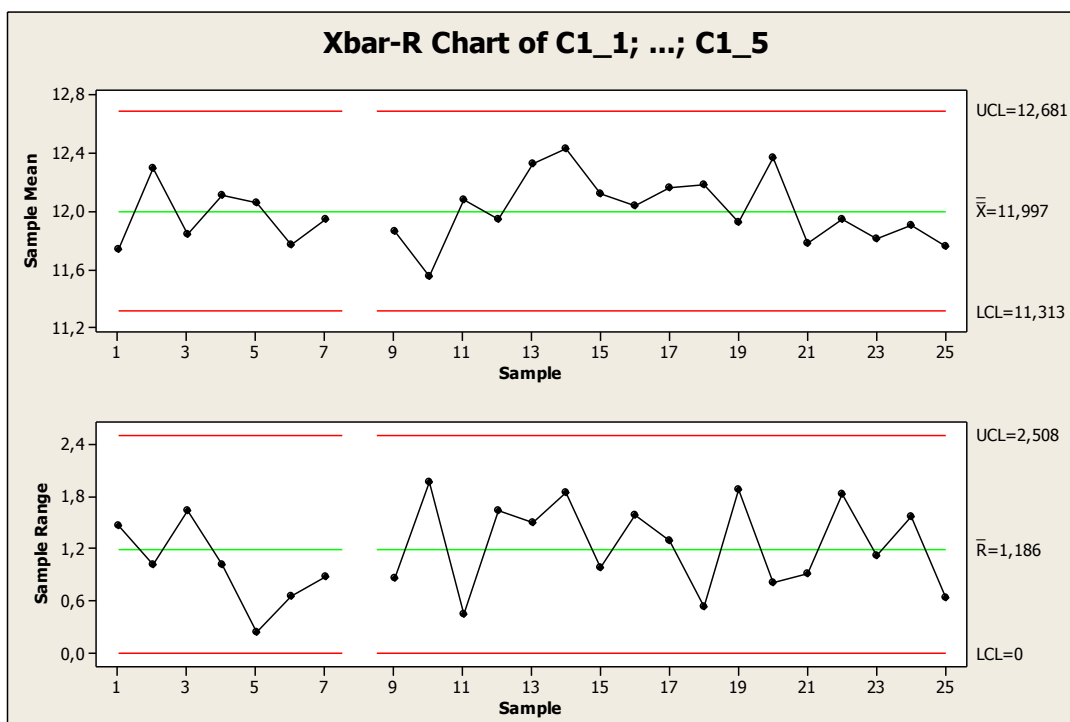
Vzhledem k tomu, že proces není statisticky zvládnutý, tak nelze hodnotit jeho způsobilost. V souladu se zadáním budeme nyní simulovat situaci, že příslušnou vymezenou příčinu lze identifikovat a trvale odstranit. Poté by bylo vhodné shromáždit z probíhajícího procesu nová data a analýzu způsobilosti procesu zopakovat.

Jednodušší cestou, jak dospět k akceptovatelnému výsledku je použít předpoklad, že daná vymezená příčina ovlivnila pouze danou podskupinu hodnot a že ostatní podskupiny jsou ovlivňovány pouze náhodnými příčinami variability. V tomto případě příslušnou podskupinu hodnot (po trvalém odstranění vymezené příčiny!) vyloučíme z dalšího hodnocení a provedeme opakovanou analýzu statistické zvládnutosti procesu.

Regulační diagram zpracovaný na základě zbylých 24 podskupin je uveden na obr. 4.14. Jeho analýza vede k závěru, že po odstranění identifikované vymezitelné příčiny lze proces považovat za statisticky zvládnutý.



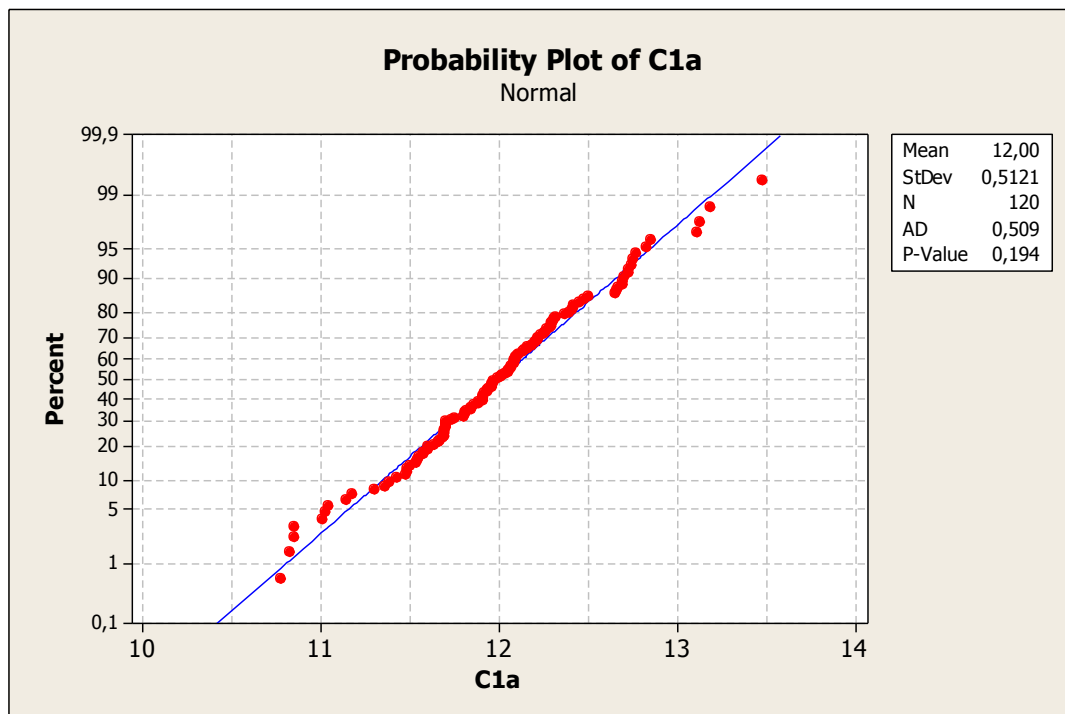
Obrázek 1.13 Analýza statistické zvládnutosti procesu pomocí regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrové rozpětí.



Obr. 1.14 Analýza statistické zvládnutosti procesu po odstranění vymezitelné příčiny.

Ověření normality sledovaného znaku

Dalším krokem analýzy způsobilosti procesu je ověření normality sledovaného znaku kvality. Testování normality je v daném případě podroben redukovaný soubor údajů (24 podskupin). Výsledky Anderson Darlingova testu normality jsou uvedeny na obr. 4.15.



Obr. 1.15 Testování normality sledovaného znaku kvality.

Z výsledků uvedených na obr. 1.15 je, kromě pravděpodobnostního grafu pro normální rozdělení, nejdůležitější p – hodnota (P-Value), která poskytuje informaci o výsledku testu. V daném případě je p-hodnota vyšší než standardně používaná hladina významnosti ($\alpha=0,05$), což vede k závěru, že lze přijmout nulovou hypotézu, že data pocházejí z normálního rozdělení.

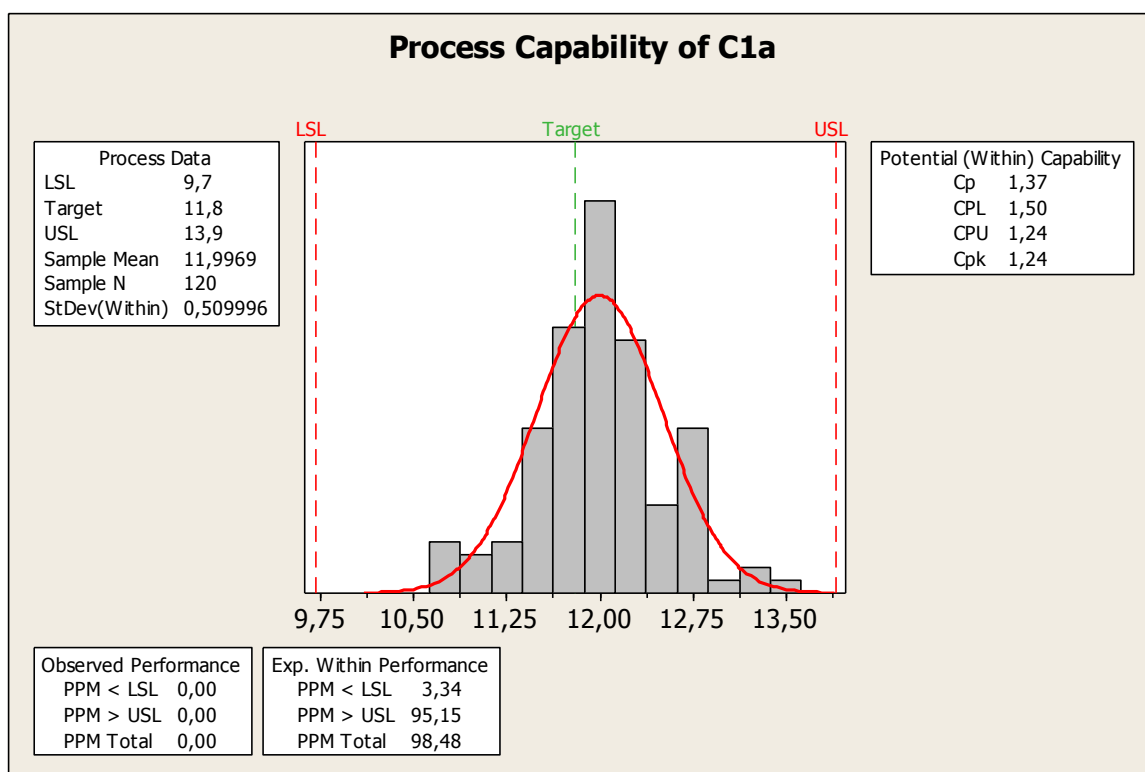
Stanovení indexů způsobilosti procesu

Po úspěšném ověření normality sledovaného znaku již lze přistoupit ke stanovení požadovaných indexů způsobilosti a vyhodnocení způsobilosti procesu. Stanovené hodnoty indexů způsobilosti C_p a C_{pk} , včetně zobrazení situace a odhadu výskytu neshodných produktů (98,48 ppm) jsou uvedeny na obr. 1.16, který je výstupem programu Minitab. Hodnoty dalších indexů způsobilosti byly vypočteny na základě definičních vztahů. Přehled všech stanovených indexů způsobilosti je uveden na obr. 1.17.

Na základě dosažených výsledků lze dospět k závěru, že analyzovaný proces není způsobilý. Rozhodujícím kritériem reálné způsobilosti procesu dodržovat předepsané tolerance je index C_{pk} , jehož hodnota je nižší než obvyklá minimální požadovaná úroveň 1,33.

Porovnání hodnoty indexu C_{pk} s hodnotou indexu C_p vede k závěru, že proces je s ohledem na variabilitu sledovaného znaku kvality schopen být způsobilý, ale tato schopnost není dostatečně využita. Problémem je nedostatečné seřízení střední hodnoty sledovaného znaku na střed tolerance. Pokud by střední hodnota sledovaného znaku právě odpovídala středu tolerance, dosáhla by hodnota indexu C_{pk} úrovně indexu C_p a proces by byl způsobilý.

Porovnání indexů C_{pmk} a C_{pk} (případně i C_{pm} a C_p) vede k závěru, že střední hodnota sledovaného znaku není dostatečně seřizena na cílovou hodnotu. V daném případě, kdy cílová hodnota leží v místě optimálního seřízení procesu z hlediska očekávaného výskytu neshodných výrobků, tedy ve středu tolerance, lze rovněž doporučit lepší seřízení procesu vůči této cílové hodnotě. Pokud by však cílová hodnota ležela mimo střed tolerance, mělo by v daném případě, kdy proces není způsobilý, větší prioritu zajištění reálné způsobilosti procesu (zvýšení C_{pk}), než větší přiblížení se cílové hodnotě.



Obr. 1.16 Výsledky analýzy způsobilosti procesu.

C_p	1,373
C_{pL}	1,501
C_{pU}	1,244
C_{pk}	1,244
C_{pm}	1,280
C_{pmk}	1,160

Obr. 1.17 Přehled stanovených indexů způsobilosti procesu.

Odhad výskytu neshodných produktů

Na základě stanovených indexů způsobilosti lze (za předpokladu normálního rozdělení sledovaného znaku kvality) odhadnout pravděpodobnost výskytu neshodných produktů. K příslušným

výpočtům lze použít vztahy uvedené kapitole 1.5. Využit lze rovněž výstup z programu Minitab (viz obr. 1.16), ze kterého vyplývá, že očekávaný výskyt neshodných produktů bude cca 98 ppm.

Návrh opatření ke zlepšení způsobilosti procesu

Z dosažených výsledků je patrné, že nejvhodnější cestou ke zlepšení procesu a zajištění jeho způsobilosti je seřízení procesu tak, aby střední hodnota sledovaného znaku kvality odpovídala středu tolerance. Po tomto seřízení by byla maximálně využita potenciální způsobilost procesu daná jeho variabilitou a index způsobilosti C_{pk} by dosáhl úrovně indexu způsobilosti C_p .

2 POSTUPY ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI PROCESŮ V NESTANDARDNÍCH SITUACÍCH



Čas ke studiu 2 hodiny



Cíl

Po prostudování této kapitoly:

- budete umět při analýze způsobilosti procesů řešit situace, kdy proces není statisticky zvládnutý,
- budete umět vyhodnotit a interpretovat indexy výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu,
- naučíte se postup provádění analýzy způsobilosti procesu v případě nesplnění normality dat pomocí transformace dat,
- naučíte se postup provádění analýzy způsobilosti procesu v případě nesplnění normality dat použitím jiného modelu rozdělení.



Výklad

2.1 POSTUPY ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI V PŘÍPADECH, KDY PROCES NENÍ STATISTICKY ZVLÁDNUTÝ

Jedním z důležitých předpokladů analýzy způsobilosti procesů je statistická zvládnutost procesu. Způsobilost procesu lze tedy vyhodnocovat pouze v případě, kdy na proces působí jenom náhodné příčiny variability. Je to proto, že pouze v takovém případě lze na základě stávajícího chování procesu předvídat i jeho budoucí chování. To v případech, kdy na proces kromě náhodných příčin působí i nepředvídatelné vymezitelné příčiny, není možné.

Jak již bylo uvedeno, statistická zvládnutost procesu se vyhodnocuje pomocí regulačních diagramů. Pokud analýza regulačního diagramu vede k odhalení signálů působení vymezitelných příčin variability (body mimo regulační meze nebo nenáhodná seskupení bodů), lze využít tyto možnosti dalšího postupu:

- zajištění statistické zvládnutosti procesu a opakované hodnocení jeho způsobilosti,
- vyhodnocení „výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu“ (Process Performance).

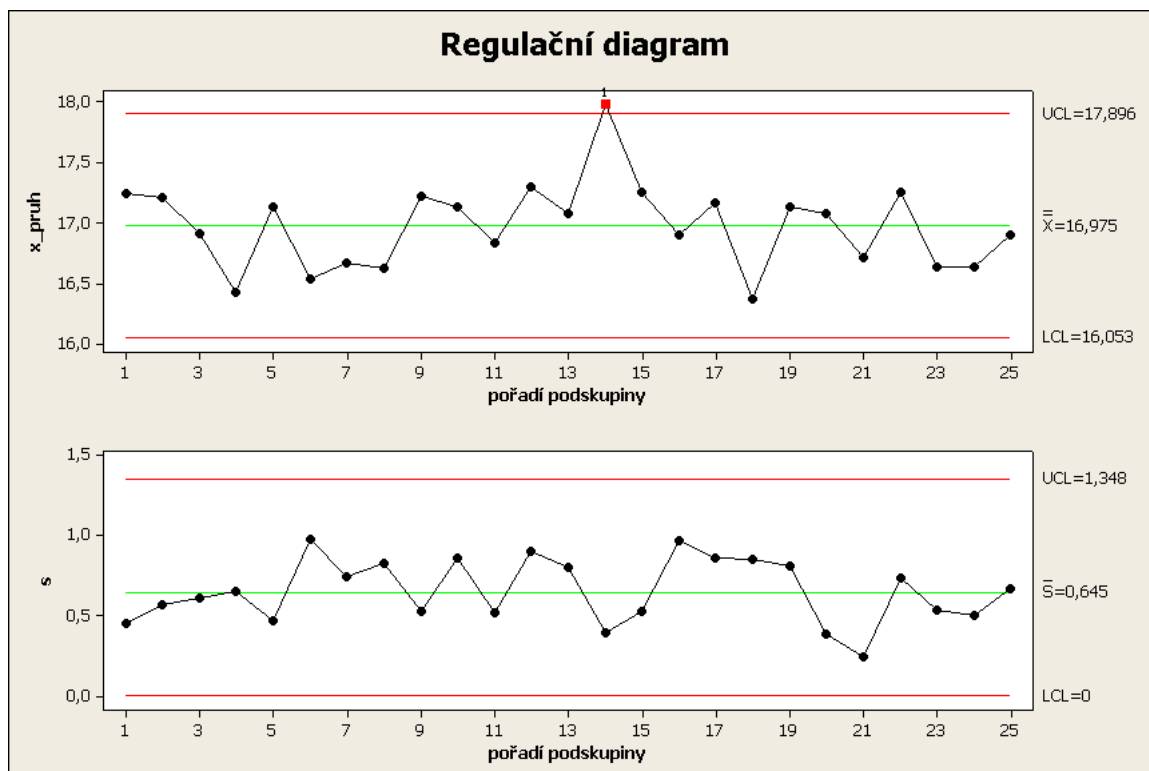
2.1.1 Zajištění statistické zvládnutosti procesu a opakované hodnocení jeho způsobilosti

V případě, že lze identifikovat vymezitelné příčiny působící na proces a tyto příčiny jsou odstranitelné, je vhodné realizovat nápravná opatření k jejich odstranění. Celý postup by měl probíhat v těchto krocích:

1. Identifikace vymezitelných příčin variability
2. Trvalé odstranění vymezitelných příčin variability
3. Shromáždění nových údajů z procesu
4. Opakovaná analýza způsobilosti procesu.

❖ Identifikace vymezitelných příčin variability

Základním podkladem k identifikaci vymezitelných příčin variability je regulační diagram. Ten poskytuje jednak informaci o časovém období, kdy na proces vymezitelná příčina působila, jednak informaci o možném typu vymezitelné příčiny (dopad na polohu nebo na variabilitu sledovaného znaku kvality). Příklad regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku se signálem působení vymezitelné příčiny variability (hodnota průměru v podskupině mimo regulační meze) je uveden na obr. 2.1.



Obr. 2.1 Regulační diagram statisticky nezvládnutého procesu.

❖ Trvalé odstranění vymezitelných příčin variability

Pokud lze působení identifikovaných vymezitelných příčin eliminovat, provedou se trvalá nápravná opatření, která zajistí, že tyto příčiny se již prakticky nebudou vyskytovat.

❖ Shromáždění nových údajů z procesu

Po trvalém odstranění identifikovaných vymezitelných příčin variability ovlivňujících analyzovaný proces by měly být znovu z probíhajícího procesu shromážděny údaje o hodnotách

sledovaného znaku kvality. Po shromáždění těchto nových údajů by opět měla následovat průzkumová analýza dat a analýza statistické zvládnutosti procesu.

Uvedený postup poskytuje nejobjektivnější výsledky, je však poněkud zdlouhavý. Z toho důvodu se v praxi někdy uplatňuje zkrácený postup. Po odstranění vymezitelných příčin variability se podskupiny údajů, které byly těmito příčinami ovlivněny, vyloučí z dalšího hodnocení a opakované vyhodnocení způsobilosti procesu se provede na základě zbylých údajů. Nevýhodou tohoto postupu je, že zpracovávaná data nepostihují reálnou účinnost realizovaných opatření k odstranění vymezitelných příčin variability.

❖ **Opakovaná analýza způsobilosti procesu**

Na základě nově shromážděných údajů je provedena opakovaná analýza způsobilosti procesu zahrnující všechny kroky od průzkumové analýzy dat.

Výše uvedený postup řešení situace, kdy proces není statisticky zvládnutý, lze doporučit, neboť jednak vede ke zlepšení procesu, jednak umožňuje dosáhnout statisticky zvládnutého stavu procesu, kdy jeho chování je v čase předvídatelné.

2.1.2 Vyhodnocení „výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu“

V případech, kdy proces není statisticky zvládnutý a nejsou k dispozici informace pro analýzu a odstranění vymezitelných příčin, lze vyhodnotit tzv. „výkonnost procesu“ (Process Performance) pomocí indexů P_p , P_{pk} atd. Co se týká terminologie, je vhodnější používat upřesňující označení „výkonnost procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu“, případně „výkonnost procesu z hlediska dosahované kvality“, neboť samotný termín „výkonnost procesu“ má v oblasti managementu kvality mnohem širší význam [1].

Znalost výkonnosti procesu má však jinou informační hodnotu než znalost způsobilosti procesu. Charakterizuje pouze momentální chování procesu a nelze ji použít k predikci jeho budoucího chování. Je to proto, že působení vymezitelných příčin variability nelze předvídat.

Vyhodnocení „výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu“ se používá zejména v případech kdy:

- nelze identifikovat vymezitelné příčiny variability,
- nelze odstranit vymezitelné příčiny,
- nelze ověřit statistickou zvládnutost procesu.

V řadě případů může nastat situace, že regulační diagram signalizuje působení vymezitelné příčiny variability, ale tuto příčinu se nepodaří odhalit a tedy není možné stanovit vhodná nápravná opatření k jejímu odstranění. Nastat může rovněž situace, že příčinu se podaří odhalit, ale její odstranění není realizovatelné, například díky neúměrně vysokým nákladům. Specifická je situace, kdy nelze ověřit, zda proces je statisticky zvládnutý. Může se například jednat o situaci, kdy sice máme k dispozici data o dosahovaných hodnotách sledovaného znaku kvality, ale neznáme jejich časovou posloupnost.

Indexy výkonnosti procesů s ohledem na dosahovanou kvalitu se počítají podle stejných vztahů jako indexy způsobilosti procesu. Odlišný je však způsob odhadu směrodatné odchylky, která se již neodhaduje na základě průměrné variability v podskupinách, ale pomocí výběrové směrodatné

odchylky ze všech hodnot. Vztahy pro výpočet indexů výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu mají tedy tuto podobu:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$P_{pk} = \min\{P_{pL}; P_{pU}\} = \min\left\{\frac{\mu - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \mu}{3\sigma}\right\} \quad (2.2)$$

$$P_{pm} = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.3)$$

$$P_{pm}^* = \min\left\{\frac{T - LSL}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{USL - T}{3 \cdot \sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}\right\} \quad (2.4)$$

$$P_{pmk} = \min\left\{\frac{\mu - LSL}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{USL - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}\right\} \quad (2.5)$$

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.6)$$

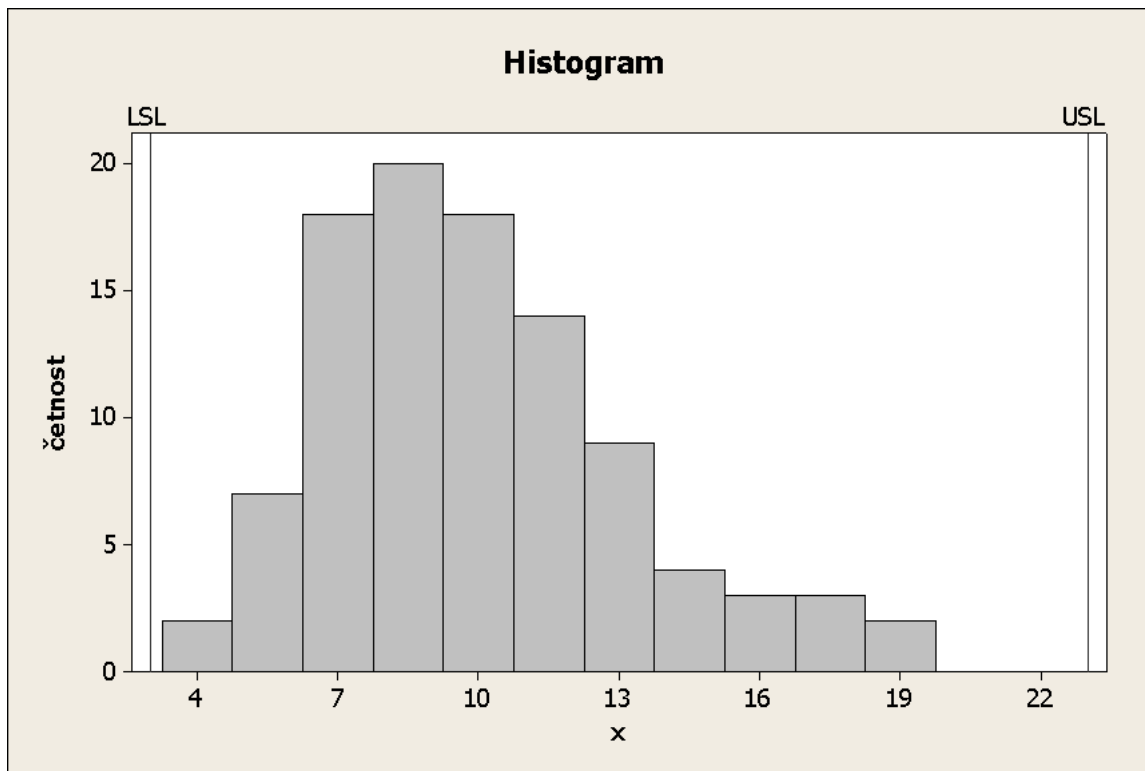
Při analýze výkonnosti procesů s ohledem na dosahovanou kvalitu je potřeba realizovat všechny kroky jako při analýze způsobilosti procesu. Důležité je si uvědomit, že i tyto indexy, stejně jako indexy způsobilosti, jsou založeny na předpokladu normality dat. Před jejich výpočtem je tedy potřeba nejprve ověřit splnění tohoto předpokladu. Vzhledem k tomu, že se jedná o procesy, kde nepůsobí pouze náhodné příčiny variability, může být zajištění normality dat problematické.

Některé statistické programy, například Minitab, počítají jak indexy způsobilosti procesu, tak indexy výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu nezávisle na tom, zda proces je či není statisticky zvládnutý. Je ponecháno na uživateli, aby tyto výsledky správně interpretoval.

2.2 POSTUPY ANALÝZY ZPŮSOBILOSTI PROCESU V PŘÍPADĚ NESPLNĚNÍ NORMALITY DAT

K hodnocení způsobilosti procesu se standardně používají indexy způsobilosti založené na předpokladu normálního rozdělení sledovaného znaku kvality. V reálné praxi však existuje celá řada měřitelných charakteristik, jejichž přirozeným rozdělením není normální rozdělení. Mezi ně patří například kuželovitost, rovinnost, drsnost, soustřednost, souosost, kolmost, vlnitost, přímost, pravouhlost, pevnost ve svaru, pevnost v tahu, tvrdost odlitků, pozice díry, sražení nebo rovnoběžnost. I pro tyto případy je potřeba najít vhodné postupy analýzy způsobilosti procesů rozhodujících o hodnotách těchto znaků.

Příklad histogramu pro znak kvality, jehož rozdělení neodpovídá normálnímu rozdělení, je uveden na obrázku 2.2. Jedná se o asymetrické rozdělení sešikmené vpravo.



Obr. 2.2 Histogram sledovaného znaku kvality s asymetrickým rozdělením.

Situace, kdy rozdělení sledovaného znaku kvality neodpovídá normálnímu rozdělení, lze v zásadě řešit těmito způsoby [2]:

- transformace dat na proměnnou pocházející z normálního rozdělení,
- použití jiného teoretického modelu rozdělení,
- použití ukazatelů, které nejsou založeny na konkrétním modelu rozdělení.

Před využitím některého z možných postupů řešení problému s nesplněním normality je nicméně žádoucí věnovat pozornost jejím příčinám. Příčinou nesplnění normality může být výskyt odlehklých hodnot vzniklých hrubými chybami měření nebo nehomogenita dat způsobená změnami podmínek v průběhu shromažďování údajů. V takových případech je potřeba příslušné příčiny eliminovat nebo provést vhodné třídění dat, případně shromáždit nová data.

2.2.1 Transformace dat na proměnnou pocházející z normálního rozdělení

V případě transformace dat se využívá toho, že pomocí vhodné transformační funkce lze naměřené údaje přepočítat na proměnnou, která může normalitu splňovat, a další vyhodnocení pak lze provést s touto transformovanou proměnnou. K transformaci dat se používají různé transformační funkce. Obvykle se použije ta, u níž je dosaženo nejlepší shody rozdělení transformovaných dat s normálním rozdělením. Transformace dat však nemusí být úspěšná. V případě, že se nepodaří nalézt vhodnou transformační funkci, která by zajistila dostatečnou shodu rozdělení transformovaných dat s normálním rozdělením, je potřeba aplikovat jiné postupy analýzy způsobilosti daného procesu.

V prvním kroku transformace dat se původní data, která neodpovídají normálnímu rozdělení, pomocí vhodné transformační funkce přepočtou na data, jejichž rozdělení více odpovídá normálnímu rozdělení. K tomu je vhodné využít některý ze statistických programů, které umožňují nalézt optimální parametry transformační funkce zajišťující největší přiblížení normálnímu rozdělení. V dalším kroku se provede ověření normality transformovaných dat pomocí vhodných numerických testů. Pokud je normalita transformovaných dat potvrzena, je potřeba pomocí nalezené transformační funkce přepočítat rovněž toleranční meze. Pak již lze analýzu způsobilosti procesu provést v souladu s postupem pro případ, kdy rozdělení sledovaného znaku kvality odpovídá normálnímu rozdělení. Vypočtené indexy způsobilosti by však měly být odlišně označeny a mělo by být uvedeno, jakým způsobem byly vypočteny.

Obecnou nevýhodou transformace dat je skutečnost, že transformované hodnoty se číselně obvykle výrazně odlišují od původních hodnot a nemají původní fyzikální rozměr. To výrazně zhoršuje vypovídací schopnost aplikovaných grafických nástrojů.

❖ Mocninná transformace dat

Mocninná transformace dat je často používaným druhem transformace, a to především pro svou jednoduchost. Cílem je transformovat data zkoumaného výběru pomocí vhodně zvolené mocniny tak, aby se stabilizoval rozptyl, minimalizovala šikmost a tvar rozdělení se co přiblížil nejvíce normálnímu rozdělení. Mocninná transformace probíhá podle vztahů [3]:

$$y = \begin{cases} x^\lambda & \lambda > 0 \\ \ln x & \lambda = 0 \\ -x^{-\lambda} & \lambda < 0 \end{cases} \quad \text{pro} \quad \begin{matrix} \lambda > 0 \\ \lambda = 0 \\ \lambda < 0 \end{matrix} \quad (2.7)$$

kde:

x – původní proměnná

y – transformovaná proměnná

λ – parametr transformační funkce

Nevýhodou této transformace je skutečnost, že nezachovává měřítko, není vzhledem k hodnotě λ všude spojitá a že ji lze použít pouze pro kladná čísla.

❖ Box – Coxova transformace dat

George E. P. Box a David Cox navrhli transformaci, která umožňuje přiblížení rozdělení výběru k normálnímu rozdělení vzhledem k šikmosti a špičatosti. Především pro svou jednoduchost se jedná o velmi používanou transformaci. Box - Coxova transformace se provádí pomocí vztahů:

$$y = \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln(x) & \lambda = 0 \end{cases} \quad \text{pro} \quad \begin{matrix} \lambda \neq 0 \\ \lambda = 0 \end{matrix} \quad (2.8)$$

Box – Coxovu transformaci lze, stejně jako mocninnou transformaci, použít pouze pro kladné hodnoty.

❖ Johnsonova transformace dat

Při Johnsonově transformaci se volí jeden ze tří typů rovnic v závislosti na tom, jestli je náhodná veličina ohraničená (SB), logaritmicko-normální (SL) nebo neohraničená (SU). Rovnice mají tvar [4]:

Typ SB - ohraničená náhodná veličina:

$$y = a + b \cdot \ln \frac{(x+c)}{(d-x)} \quad \text{pro } b > 0; -c < x < d \quad (2.9)$$

Typ SL - logaritmicko-normální rozdělení náhodné veličiny:

$$y = a + b \cdot \ln(x+c) \quad \text{pro } b > 0; -c < x \quad (2.10)$$

Typ SU - neohraničená náhodná veličina:

$$y = a + b \cdot \operatorname{Asinh} \frac{(x-c)}{d} \quad \text{pro } b > 0; d > 0 \quad (2.11)$$

Tak například, program Minitab 16 postupuje tak, že bere v úvahu všechny tři možné rovnice Johnsonovy transformace, odhadne jejich parametry, transformuje data a následně provede Anderson – Darlingův test normality a vybere tu funkci, která zajišťuje nejlepší přiblížení normálnímu rozdělení. Johnsonova transformace má širší spektrum uplatnění, protože na rozdíl od Box – Coxovy nebo mocninné transformace je použitelná i pro záporné hodnoty.

Postup analýzy způsobilosti procesu s využitím transformace dat (po ověření statistické zvládnutosti procesu) lze tedy shrnout do těchto kroků:

1. Výpočet transformované proměnné
2. Ověření normality transformované proměnné
3. Přepočet tolerančních mezí pomocí transformační funkce
4. Výpočet indexů způsobilosti podle standardních vztahů (k uváděným výsledkům je nutné uvést, že byla použita transformace dat).

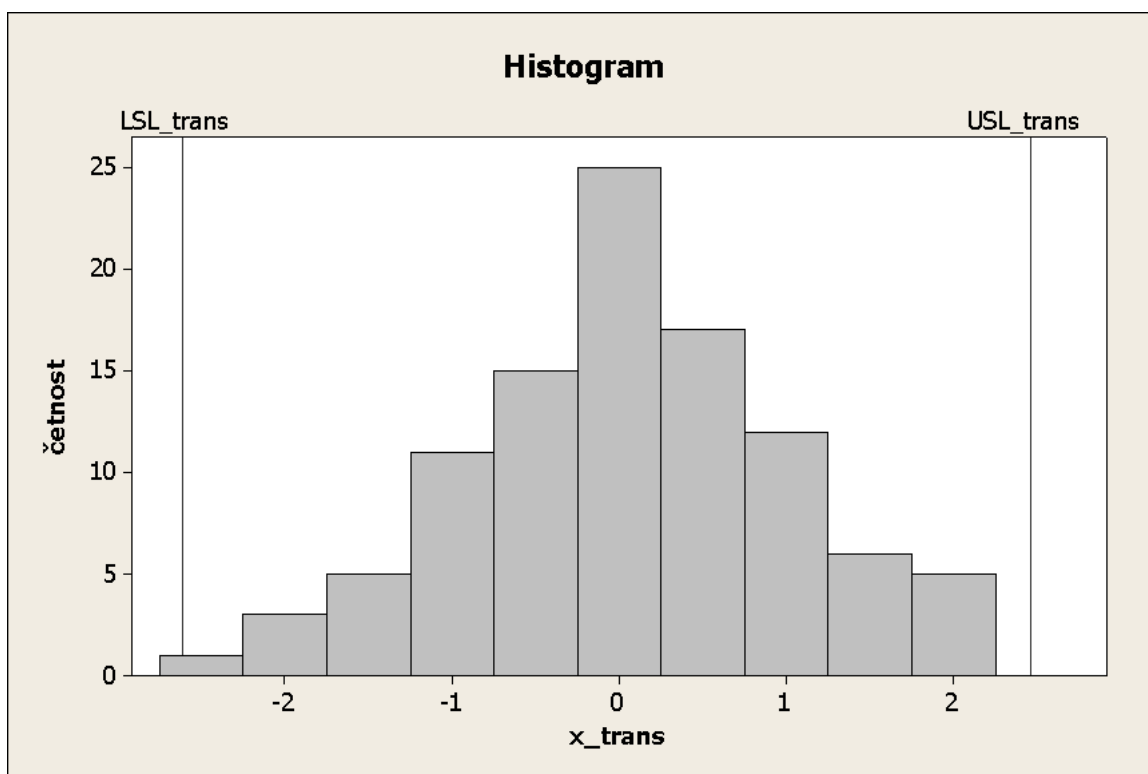
V případě, že rozdělení sledovaného znaku kvality vykazuje výraznější odchylky od normality, měla by být transformace dat provedena ještě před analýzou statistické zvládnutosti procesu pomocí regulačních diagramů.

Příklad úspěšně provedené Johnsonovy transformace dat s původním asymetrickým rozdělením (viz obr. 2.2) na data s normálním rozdělením je uveden na obr. 2.3. Histogram transformovaných dat je doplněn o přepočtené toleranční meze.

2.2.2 Využití jiného teoretického modelu rozdělení

Jinou možností, jak řešit problém s nesplněním normality sledovaného znaku kvality, je nalezení jiného vhodného modelu pravděpodobnostního rozdělení k popisu rozdělení sledovaného znaku kvality. Tento postup by měl být využíván zejména v těch případech, kdy přirozeným rozdělením sledovaného znaku je jiné než normální rozdělení. K ověření vhodnosti vybraného teoretického modelu je potřeba aplikovat některý z testů dobré shody a k příslušným výpočtům nejlépe využít některý ze statistických programů.

Obdobně jako v případě transformace dat ani tento postup nemusí být úspěšný. Může se stát, že rozdělení sledovaného znaku kvality nebude odpovídat žádnému z teoretických modelů pravděpodobnostního rozdělení. V těchto případech je potřeba aplikovat jiné postupy analýzy způsobilosti daného procesu.



Obr. 2.3 Histogram transformovaných hodnot sledovaného znaku pomocí Johnsonovy transformace.

Nejčastěji se k vyhodnocení způsobilosti procesu v případě aplikace jiného modelu rozdělení sledovaného znaku využívá tzv. kvantilová metoda. Obdobně jako v případě normálního rozdělení, kdy hodnoty $\mu - 3\sigma$ a $\mu + 3\sigma$ odpovídají kvantilům, pro něž distribuční funkce dosahuje hodnot 0,00135 a 0,99865, se v případě jiného pravděpodobnostního modelu hledají kvantily odpovídající těmto hodnotám distribuční funkce. Příslušné hodnoty indexů způsobilosti C'_p a C'_{pk} pak lze počítat podle vztahů [5]:

$$C'_p = \frac{USL - LSL}{x_{0,99865} - x_{0,00135}} \quad (2.12)$$

$$C'_{pk} = \min \left\{ \frac{x_{0,5} - LSL}{x_{0,5} - x_{0,00135}}; \frac{USL - x_{0,5}}{x_{0,99865} - x_{0,5}} \right\} \quad (2.13)$$

kde: $x_{0,00135}$ - 0,135 % kvantil odpovídajícího rozdělení

$x_{0,99865}$ - 99,865 % kvantil odpovídajícího rozdělení

$x_{0,5}$ - medián odpovídajícího rozdělení

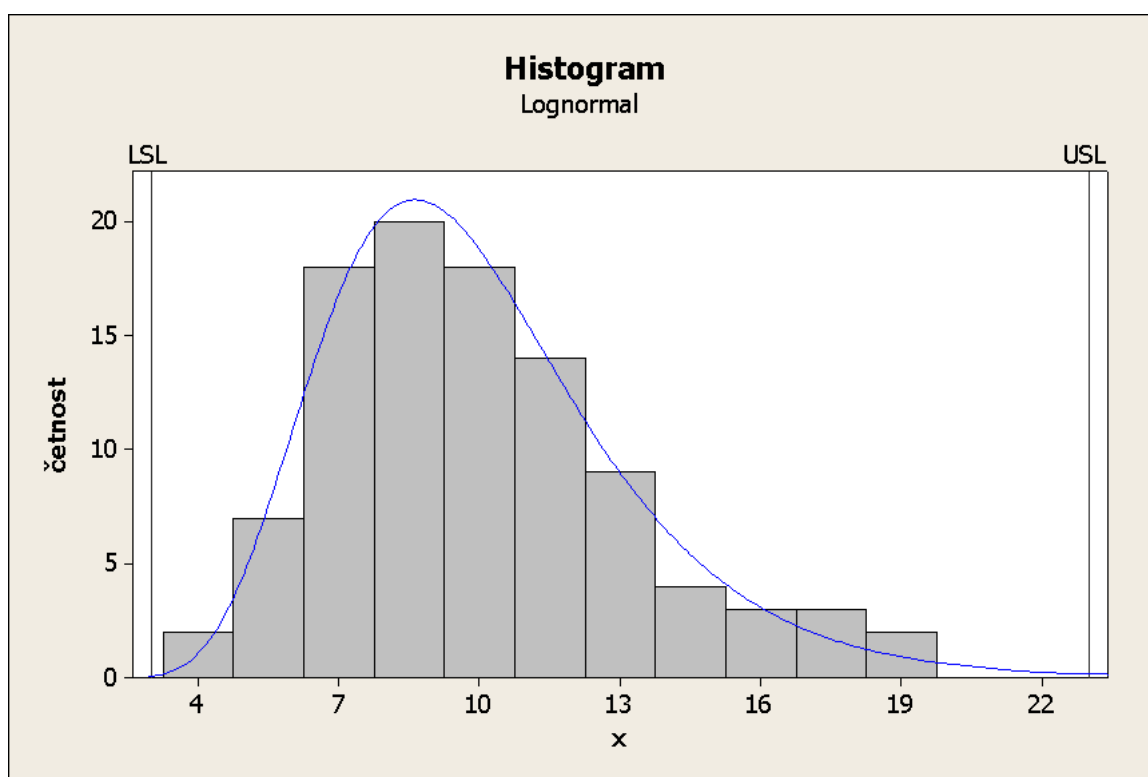
Pro označení indexů jsou použity upravené symboly, neboť pro takto vypočtené indexy způsobilosti neplatí řada vztahů, které byly odvozeny na základě předpokladu normálního rozdělení (například odhad pravděpodobnosti výskytu neshodných výrobků).

Analýza způsobilosti procesu s využitím jiného modelu rozdělení sledovaného znaku by tedy (po ověření statistické zvládnutosti procesu) měla probíhat v těchto krocích:

1. Nalezení vhodného teoretického modelu pravděpodobnostního rozdělení sledovaného znaku kvality
2. Stanovení potřebných kvantilů daného rozdělení
3. Výpočet indexů způsobilosti procesu podle vztahů (2.12) a (2.13) - k uváděným výsledkům je nutné uvést, jaký model rozdělení byl při výpočtu indexů způsobilosti použit.

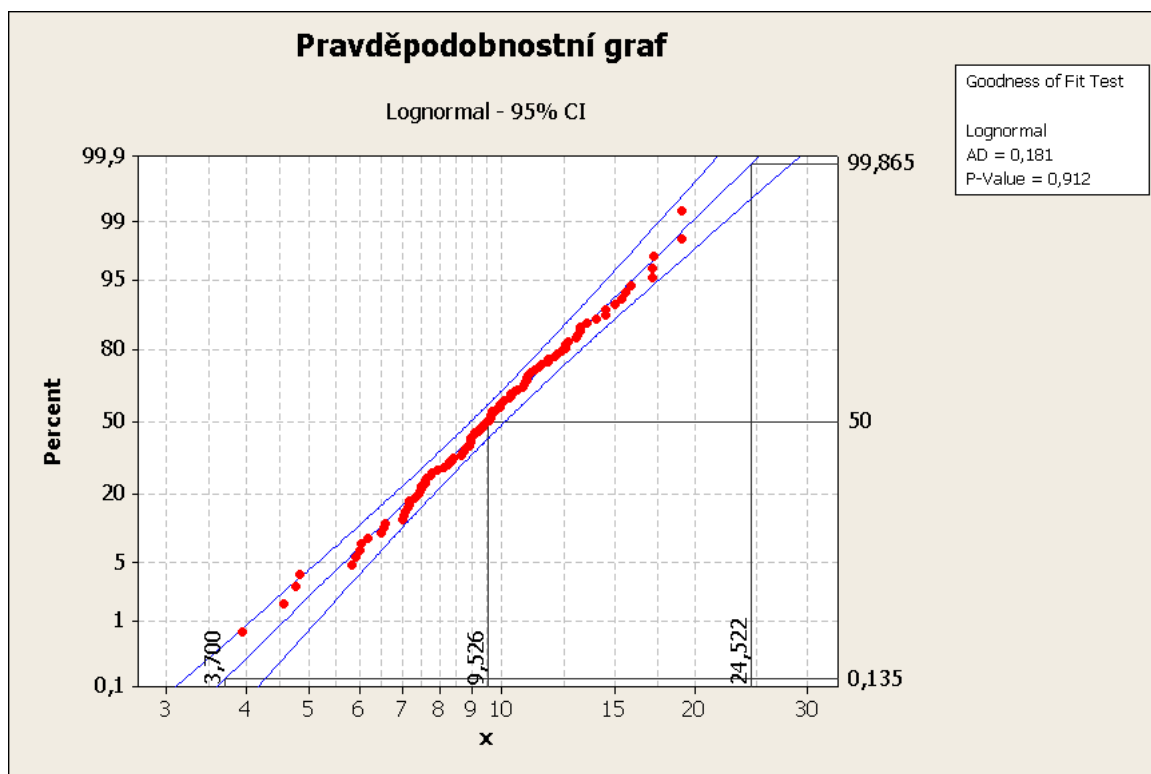
V případě, že rozdělení sledovaného znaku kvality vykazuje výraznější odchylky od normality, měly by být pro analýzu statistické zvládnutosti procesu použity regulační diagramy založené na daném rozdělení.

Příklad aplikace uvedeného postupu je ilustrován na obrázcích 2.4 až 2.6. Na obrázku 2.4 je do histogramu sledovaného znaku kvality doplněna křivka hustoty pravděpodobnosti logaritmicko-normálního rozdělení, která naznačuje pravděpodobnou shodu rozdělení sledovaného znaku s tímto teoretickým modelem.

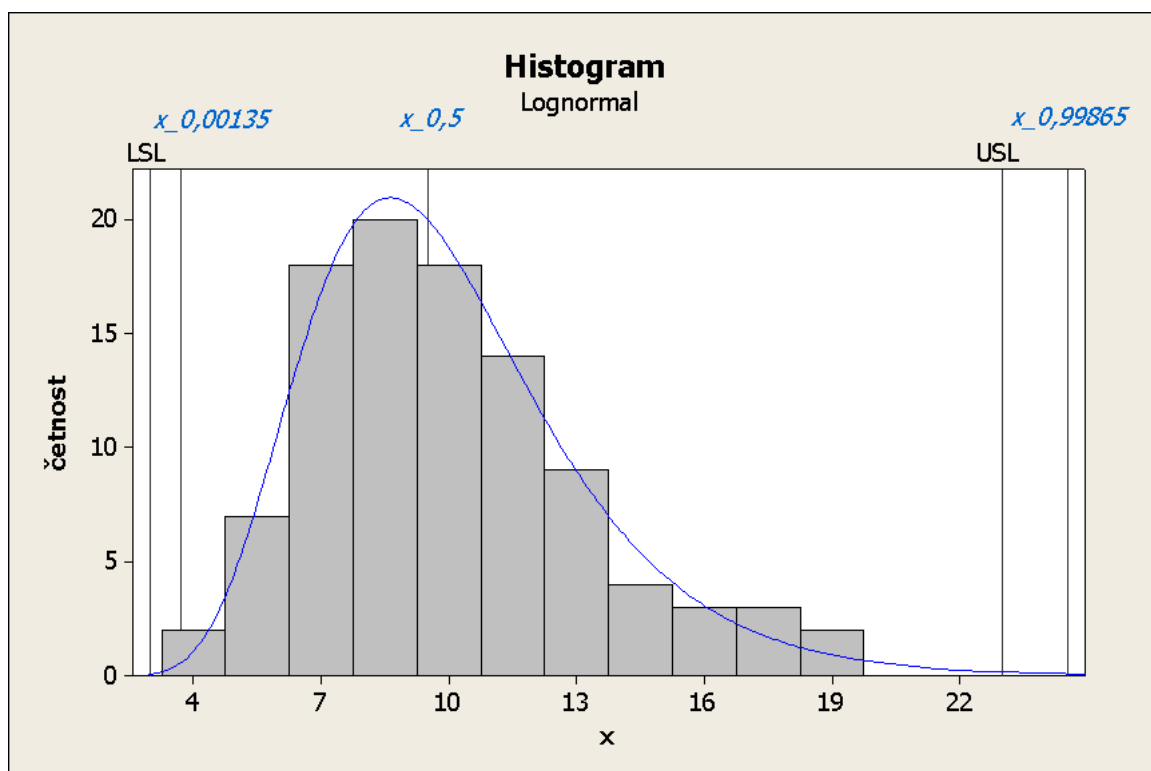


Obr. 2.4 Posouzení shody rozdělení sledovaného znaku kvality s logaritmicko-normálním rozdělením.

Na obrázku 2.5 je sestaven pravděpodobnostní graf logaritmicko-normálního rozdělení, který rovněž vede k závěru, že rozdělení sledovaného znaku zřejmě odpovídá tomuto pravděpodobnostnímu modelu. Dobrou shodu rozdělení sledovaného znaku kvality s logaritmicko-normálním rozdělením potvrzuje uvedený výsledek Anderson-Darlingova testu dobré shody (p -hodnota 0,912 výrazně překračuje hladinu významnosti 0,05). Díky této dobré shodě lze tedy model logaritmicko-normálního rozdělení využít ke stanovení kvantilů potřebných k výpočtu indexů způsobilosti. Na obrázku 2.6. jsou stanovené hodnoty kvantilů doplněny do histogramu. Z umístění úrovní kvantilů vůči tolerančním mezím je zřejmé, že daný proces není způsobilý dodržovat předepsané tolerance.



Obr. 2.5 Pravděpodobnostní graf logaritmicko-normálního rozdělení doplněný o výsledek Anderson-Darlingova testu dobré shody.



Obr. 2.6 Histogram sledovaného znaku kvality doplněný o stanovené hodnoty kvantilů.

2.2.3 Použití ukazatelů, které nejsou založeny na konkrétním modelu rozdělení

V případě neúspěšné transformace dat a nenalezení jiného vhodného modelu rozdělení sledovaného znaku kvality lze způsobilost procesu ohodnotit pomocí ukazatelů, které se využívají při analýze způsobilosti procesu v případě neměřitelných znaků kvality (viz kap. 3). Jedná se o ukazatele vycházející ze zjištěného podílu neshodných jednotek, jako je například ppm, úroveň Sigma, Ekvivalent C_p , Ekvivalent C_{pk} apod. Mimoto lze využít i některé speciální ukazatele způsobilosti vycházející například z popisu rozdělení sledovaného znaku pomocí empirické funkce, ty však zatím nejsou v praxi využívány.



Čas k zamyšlení

- Zamyslete se nad rozdílem mezi způsobilostí procesu a výkonností procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu.
- Zamyslete se nad možnými příčinami nesplnění normality dat.
- Zamyslete se nad optimálním seřazením procesu v případě sešikmených rozdělení sledovaného znaku kvality.
- Zamyslete se nad možnostmi hodnocení způsobilosti procesu při nesplnění normality dat v případech, kdy transformace dat není úspěšná a ani nelze nalézt jiný vhodný model rozdělení sledovaného znaku kvality.



Řešený příklad

Pro analýzu způsobilosti procesu byly v pravidelných intervalech měřeny hodnoty sledovaného znaku kvality u podskupin čtyř výrobků vyrobených za sebou. Vypočtěte indexy způsobilosti C_p , C_{pk} a vyhodnoťte způsobilost procesu, jestliže toleranční meze a cílová hodnota jsou stanoveny takto: $LSL = 2$ $USL = 24$; $T = 12$. Zároveň odhadněte pravděpodobnost výskytu neshodných výrobků a navrhnete vhodné opatření pro zlepšení způsobilosti procesu.

K analýze statistické zvládnutosti procesu použijte regulační diagram pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku. V případě, že proces není ve statisticky zvládnutém stavu, uvažujte situaci, že vymezitelné příčiny nelze odhalit nebo nelze odstranit. V případě, že není splněna normalita sledovaného znaku, použijte jiný nejvhodnější model pravděpodobnostního rozdělení.

Podkupina								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,836	10,474	7,144	6,179	11,002	9,47	10,067	9,968	8,942
9,238	9,105	15,37	10,285	9,088	13,244	11,426	12,412	11,522
7,036	4,564	8,638	6,493	15,917	8,963	5,848	7,427	12,607
14,554	14,771	9,366	17,172	11,282	12,116	13,156	7,325	10,579
Podskupina								
10	11	12	13	14	15	16	17	18
14,535	17,178	7,010	8,787	12,576	9,222	9,623	8,899	15,033
11,806	8,948	10,331	10,911	12,246	7,737	6,008	7,617	7,944
8,381	17,31	11,811	7,468	7,066	7,183	8,392	8,896	8,756
12,732	10,933	14,054	10,922	9,933	9,679	8,711	8,271	7,496
Podskupina								
19	20	21	22	23	24	25		
19,141	8,235	13,08	7,788	10,356	7,586	9,385		
7,174	7,482	9,816	10,81	8,118	9,035	6,551		
13,562	3,932	9,684	11,128	10,863	9,632	6,574		
6,047	15,6	10,017	13,282	7,65	5,936	9,56		



Shrnutí pojmů

- Výkonnost procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu
- Indexy výkonnosti procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu
- Mocnná transformace dat
- Box-Coxova transformace dat
- Johnsonova transformace dat
- Kvantilová metoda
- Testy dobré shody



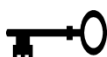
Otázky

1. O čem vypovídají indexy P_p a P_{pk} ?
2. V čem se liší výpočet indexů P_p a P_{pk} od výpočtu indexů C_p a C_{pk} ?
3. Jak lze při analýze způsobilosti procesu postupovat v případě zjištění, že není splněna normalita dat?
4. Uveďte příklady znaků kvality, jejichž rozdělení neodpovídá normálnímu rozdělení.
5. K čemu slouží transformace dat a jaké metody transformace se používají?
6. Jakým způsobem se vyhodnotí úspěšnost transformace dat?
7. Jakým způsobem se v případě použití jiného, než normálního rozdělení vyjadřuje skutečná variabilita sledovaného znaku kvality?



Použitá literatura

- [1] PLURA, J.: *Plánování a neustálé zlepšování jakosti*. 1. vydání. Praha: Computer Press, 2001. 244 s., ISBN 80-7226-543-1.
- [2] PLURA, J., ZEMEK, M., KLAPUT, P. Approaches to the Process Capability Analysis in the Case of Non-normally Distributed Product Quality Characteristic. In: *METAL 2013: 22nd International Conference on Metallurgy and Materials*, Ostrava: TANGER, 2013, p. 1700-1705, ISBN: 978-80-87294-41-3
- [3] MILITKÝ, J.; MELOUN, M.: *Mocninná transformace vícerozměrných dat*. Katedra analytické chemie, Univerzita Pardubice. 2000, s. 16.
- [4] MELOUN, M.; MILITKÝ, J.: *Postup statistického zpracování výsledku stopové analýzy*. Katedra analytické chemie, Univerzita Pardubice. 2000, s. 11.
- [5] KOTZ, S.; LOVELACE, C. R. (1998) *Process Capability Indices in Theory and Practice*. New York: Oxford University Press, ISBN 0-340-69177-8



Klíč k řešení

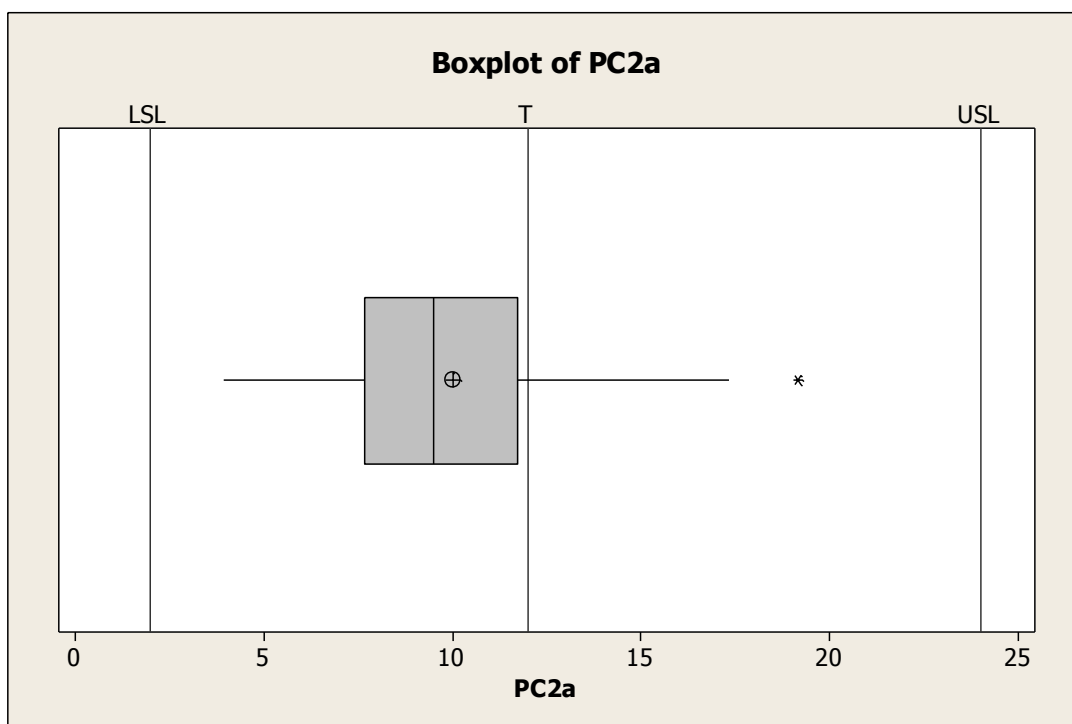
Řešení zadaného příkladu

Průzkumová analýza dat

V souladu s definovaným postupem analýzy způsobilosti procesu by prvním krokem po shromáždění údajů o sledovaném znaku kvality produktů vyráběných procesem měla být průzkumová analýza dat. Za tímto účelem byl pro naměřená data zpracován krabicový graf a histogram (viz obr. 2.7 a 2.8). Pro lepší vypovídací schopnost těchto grafických nástrojů bylo příslušné zobrazení doplněno o úrovně tolerančních mezí a cílové hodnoty.

Ze zobrazeného krabicového grafu naměřených hodnot (viz obr. 2.7) je patrné, že rozdělení sledovaného znaku kvality není příliš symetrické a je sešikmené vpravo. Napovídají tomu tyto skutečnosti: hodnota aritmetického průměru je vyšší než hodnota mediánu, vzdálenost horního kvartilu od mediánu je vyšší než vzdálenost dolního kvartilu od mediánu a rovněž vzdálenost maximální hodnoty od mediánu je vyšší než vzdálenost minimální hodnoty od mediánu.

V oblasti vyšších hodnot sledovaného znaku kvality krabicový graf identifikoval jednu odlehlou hodnotu, což však zřejmě souvisí s asymetrií rozdělení sledovaného znaku kvality. Doplnění tolerančních mezí do krabicového grafu vede k závěru, že všechny naměřené hodnoty leží v toleranci, tedy že v kontrolovaných podskupinách výrobků se nevyskytly žádné neshodné výrobky. Hodnoty sledovaného znaku kvality jsou přitom posunuty blíže dolní toleranční mezi.

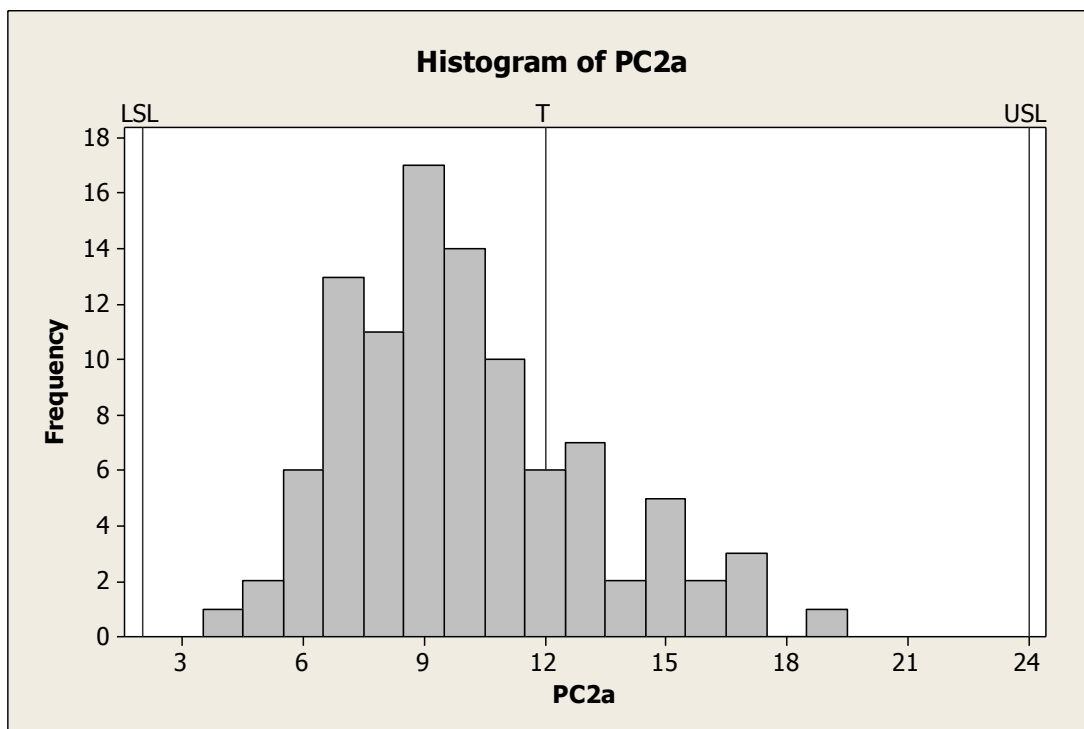


Obr. 2.7 Průzkumová analýza dat pomocí krabicového grafu.

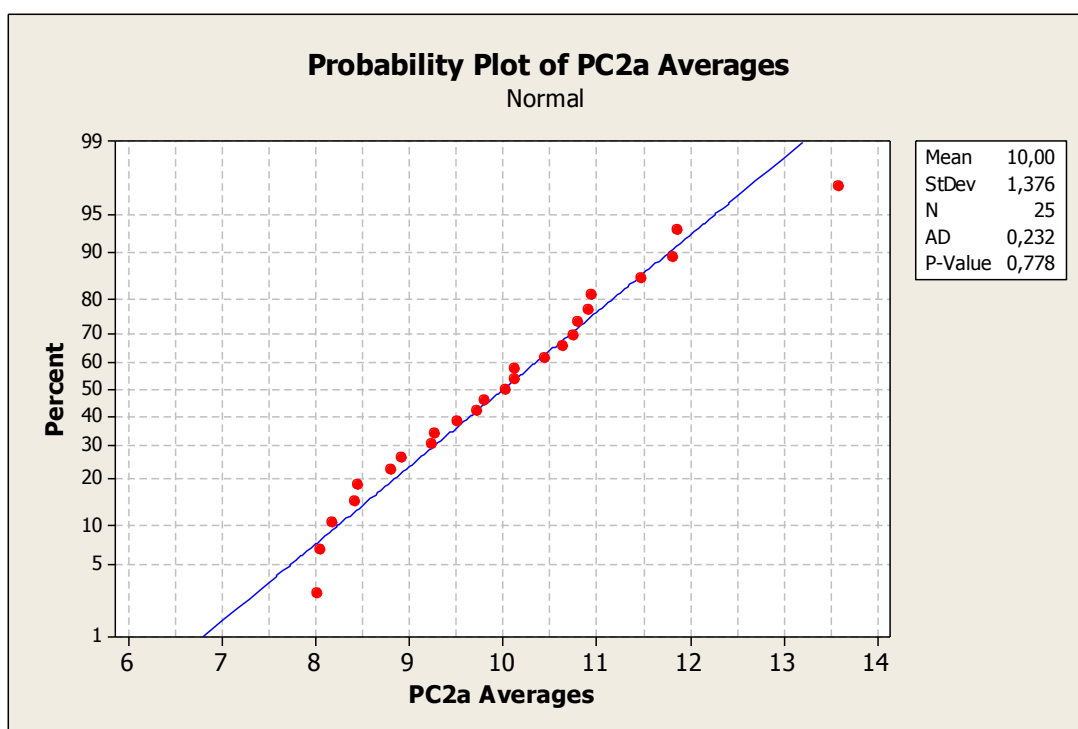
Očekávání vyplývající z analýzy krabicového grafu potvrzuje zpracovaný histogram (viz obr. 2.8). Z jeho tvaru je patrné, že rozdělení sledovaného znaku kvality je skutečně nesymetrické se sešikmením vpravo. Hodnoty sledovaného znaku kvality leží blíže dolní toleranční mezi a nejsou dostatečně seřizeny na cílovou hodnotu.

Analýza statistické zvládnutosti procesu

Dalším krokem analýzy způsobilosti je ověření statistické zvládnutosti procesu. V daném příkladu má být k analýze statistické zvládnutosti procesu použit regulační diagram pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku. Stanovení regulačních mezí v tomto diagramu je sice založeno na předpokladu normality, nejedná se však o normalitu naměřených hodnot, ale o normalitu výběrových charakteristik v podskupinách. Zde lze využít jeden z principů centrální limitní věty, podle kterého rozdělení výběrových průměrů v podskupinách se blíží normálnímu rozdělení a to tím více, čím je rozsah podskupiny vyšší. Tedy i v případech, kdy naměřená data nepocházejí z normálního rozdělení (viz obr. 2.8), může rozdělení výběrových průměrů v podskupinách normálnímu rozdělení odpovídat (viz obr. 2.9). (Ověřování normality výběrových průměrů v podskupinách není standardní součástí řešení úlohy).

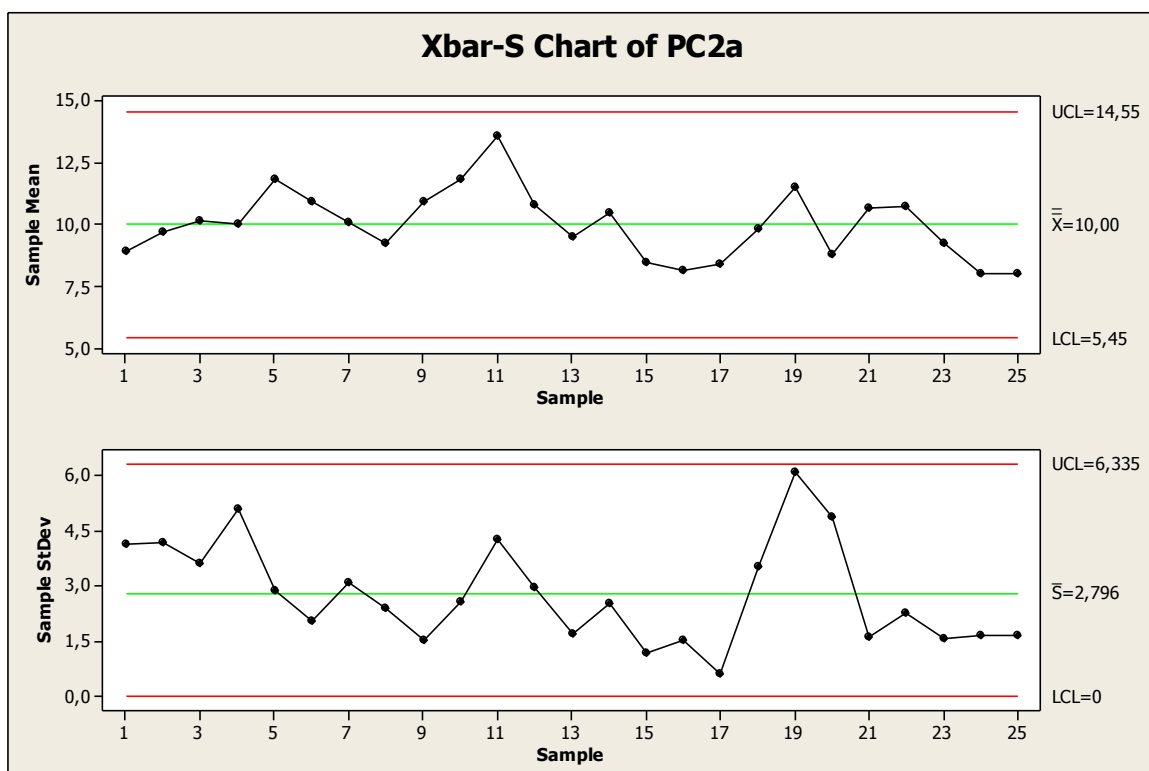


Obr. 2.8 Průzkumová analýza dat pomocí histogramu.



Obr. 2.9 Testování normality výběrových průměrů v podskupinách.

Ověření statistické zvládnutosti procesu je, v souladu se zadáním, provedeno pomocí regulačního diagramu pro výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku (viz obr. 2.10). Analýza regulačního diagramu, ve kterém nebyly zjištěny žádné signály působení vymezených příčin variability, vede k závěru, že analyzovaný proces je statisticky zvládnutý a tedy lze hodnotit jeho způsobilost.



Obr. 2.10 Analýza statistické zvládnutosti procesu pomocí regulačního diagramu.

Ověření normality sledovaného znaku kvality

Standardním krokem analýzy způsobilosti procesu je ověření normality sledovaného znaku kvality. Pokud by normalita nebyla splněna, nelze k vyjádření způsobilosti procesu použít indexy způsobilosti počítané podle standardních vztahů a je nutné použít některý z alternativních postupů.

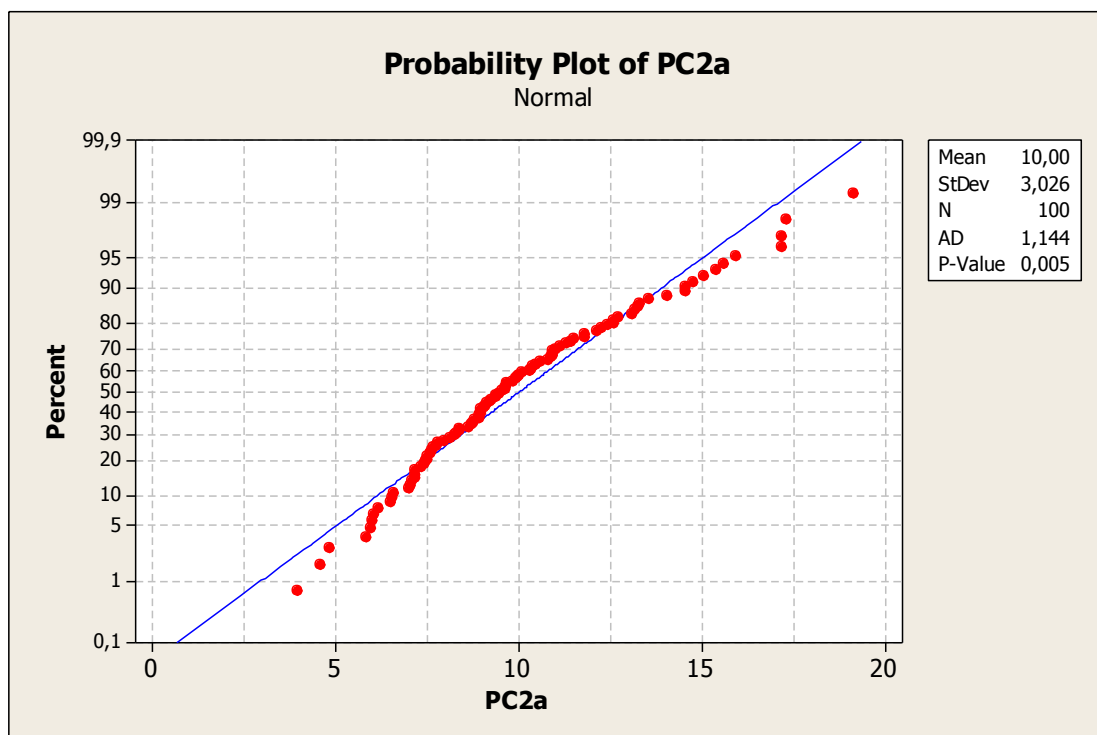
Ověření normality bylo provedeno pomocí Anderson Darlingova testu, který nabízí program Minitab (viz obr. 2.11). Z uvedené p-hodnoty tohoto testu normality, která je nižší než standardně používaná úroveň hladiny významnosti ($\alpha=0,05$), je patrné, že můžeme zamítnout nulovou hypotézu, že data pocházejí z normálního rozdělení. Pro další postup je tedy nezbytné použít některou z možností řešení této situace. V souladu se zadáním bude použita kvantilová metoda, pro kterou je potřeba nejprve nalézt vhodný teoretický model pravděpodobnostního rozdělení sledovaného znaku kvality.

Nalezení vhodného modelu pro rozdělení sledovaného znaku kvality

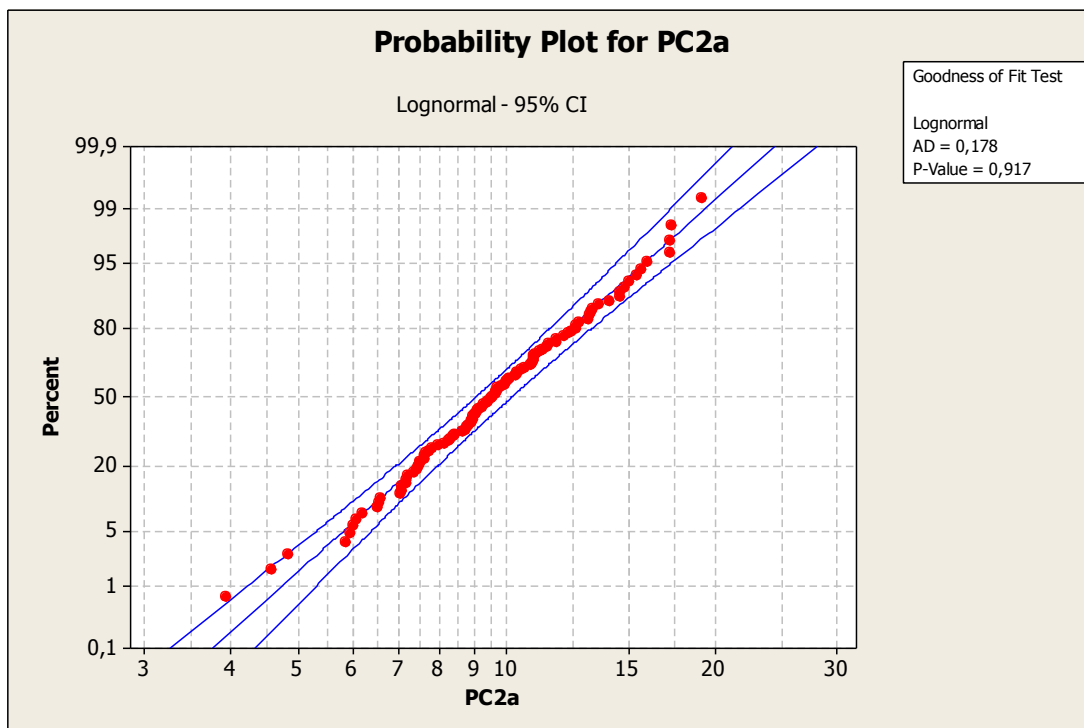
Pro nalezení vhodného modelu pro rozdělení sledovaného znaku kvality lze využít grafickou metodu využívající pravděpodobnostní síť různých rozdělení, mnohem efektivnější je však využít možnosti některých statistických programů. Většina statistických programů má dostatečnou nabídku testů dobré shody pro různé teoretické modely pravděpodobnostního rozdělení. Některé z nich nabízejí více než 50 teoretických modelů.

Při volbě vhodného modelu rozdělení pravděpodobnosti je vhodné vycházet z fyzikální podstaty sledovaného znaku kvality. Obvykle se však postupuje tak, že se z nabízených teoretických modelů se vybere ten, který vykazuje nejlepší shodu s rozdělením sledovaného znaku (je u něj dosažena nejvyšší p-hodnota testu dobré shody). Pro naměřená data sledovaného znaku kvality byl

s využitím programu Minitab nalezen jako nejvhodnější model logaritmicko-normálního rozdělení (viz obr. 2.12), kde příslušná p-hodnota vysoce překračuje zvolenou hladinu významnosti.



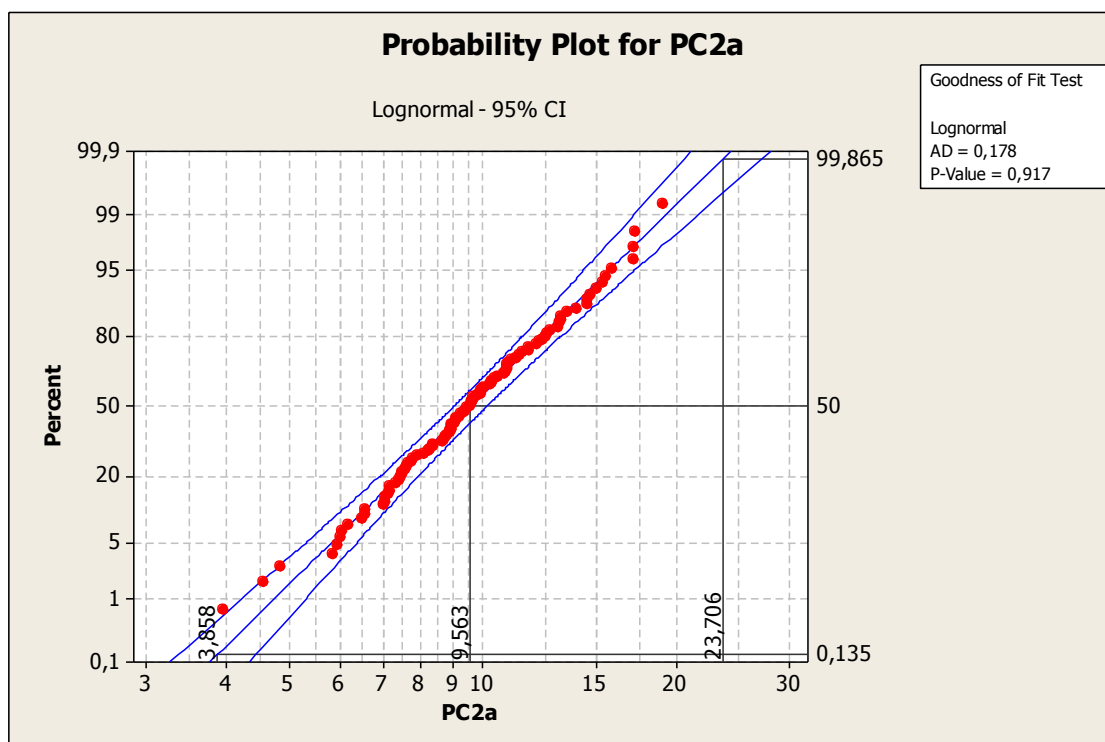
Obr. 2.11 Ověření normality sledovaného znaku kvality.



Obr. 2.12 Test dobré shody rozdělení sledovaného znaku kvality s logaritmicko-normálním rozdělením.

Stanovení indexů způsobilosti procesu

Pro stanovení indexů způsobilosti procesu kvantilovou metodou je nebytné nejprve určit potřebné kvantily daného modelu rozdělení. Kurčení těchto kvantilů lze použít sestrojený pravděpodobnostní graf daného rozdělení (viz obr. 2.13), nebo lze tyto hodnoty ve statistických programech nalézt na základě stanovených parametrů daného rozdělení. Po určení příslušných kvantilů již lze stanovit hodnoty indexu C_p a C_{pk} podle vztahů (2.12) a (2.13).



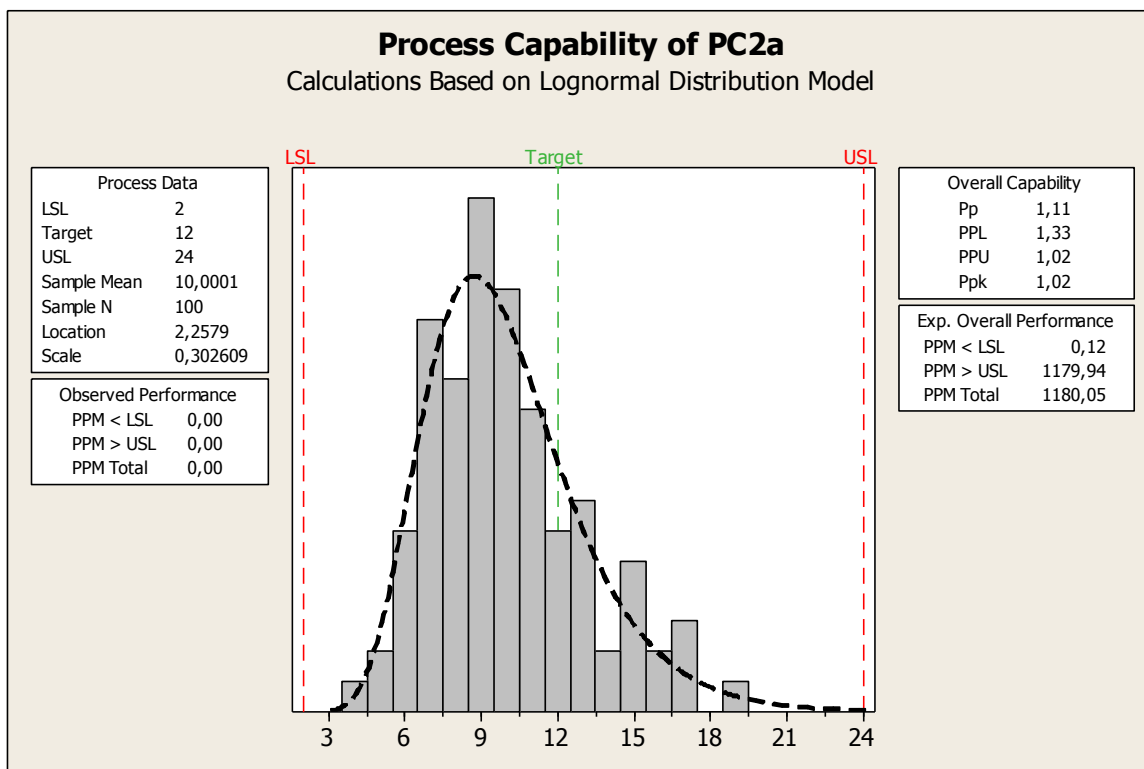
Obr. 2.13 Nalezení potřebných kvantilů logaritmicko-normálního rozdělení.

Hodnoty indexů způsobilosti lze obvykle vyhodnotit přímo pomocí příslušného statistického programu. Na obrázku 2.14 jsou uvedeny výsledky této analýzy získané pomocí programu Minitab (vzhledem k tomu, že se jedná o statisticky zvládnutý proces, měly by příslušné indexy být označeny C_p a C_{pk} a ne P_p a P_{pk}).

Z hodnoty indexu C_{pk} ($C_{pk} = 1,02$) je patrné, že daný proces není způsobilý. Příčinou jeho nezpůsobilosti je zejména vysoká variabilita sledovaného znaku kvality u vyráběných produktů, protože i hodnota indexu C_p je nižší než minimální požadovaná úroveň (1,33). Určitého zlepšení způsobilosti procesu by bylo možné dosáhnout jeho lepším seřízením (tak, aby bylo dosaženo rovnosti indexů C_{pL} a C_{pU}), tímto způsobem by se však hodnota indexu C_{pk} mohla zvýšit pouze na úroveň indexu C_p .

Odhad výskytu neshodných produktů

K odhadu výskytu neshodných produktů lze využít výstup z programu Minitab (viz obr. 2.14), ze kterého vyplývá, že očekávaný výskyt neshodných produktů bude cca 1180 ppm. Stejný výsledek by bylo možné stanovit na základě hodnot distribučních funkcí daného modelu rozdělení pro úrovně tolerančních mezí.



Obr. 2.14 Výsledky analýzy způsobilosti procesu získané pomocí programu Minitab.

Návrh opatření ke zlepšení způsobilosti procesu

Z dosažených výsledků je patrné, že pro zajištění způsobilosti procesu je nezbytné snížit variabilitu sledovaného znaku kvality a to do té míry, aby hodnota indexu C_p dosáhla minimálně úrovně 1,33. Pak již lze způsobilosti procesu dosáhnou jeho optimálním seřízením vůči tolerančním mezím tak, aby hodnota indexu C_{pk} dosáhla hodnoty indexu C_p .

3 ANALÝZA ZPŮSOBILOSTI PROCESU V PŘÍPADĚ NEMĚŘITELNÝCH ZNAKŮ KVALITY

Všechny doposud uvedené postupy analýzy způsobilosti procesu vycházely z toho, že sledovaný znak kvality produktu, na jehož základě způsobilost posuzujeme, je měřitelnou spojitou náhodnou veličinou. V řadě případů však kvalitu výrobků nelze charakterizovat vhodným měřitelným znakem a lze pouze rozlišit shodné a neshodné výrobky, případně stanovit výskyt neshod.

K hodnocení způsobilosti procesů v případě neměřitelných znaků se nejčastěji používají průměrné úrovně výskytu neshodných jednotek nebo neshod, které jsou případně přepočteny na úroveň Sigma nebo na Ekvivalenty C_p nebo C_{pk} .

Analýza způsobilosti procesů by v případě neměřitelných znaků kvality produktů měla probíhat v těchto krocích:

1. Volba kritéria kvality vyráběných produktů
2. Analýza systému měření
3. Shromáždění údajů
4. Průzkumová analýza shromážděných údajů
5. Ověření statistické zvládnutosti procesu
6. Výpočet ukazatelů způsobilosti a jejich porovnání s požadovanými hodnotami
7. Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení procesu.

❖ Volba kritéria kvality vyráběných produktů

Jak již bylo uvedeno, kvalita produktů se v případě neměřitelných znaků kvality posuzuje na základě výskytu neshodných produktů nebo neshod. Objektivními kritérii kvality, která umožňují porovnávat různé procesy, je tedy obvykle podíl neshodných jednotek, nebo počet neshod na jednotku. Velice důležitou součástí volby kritéria kvality je jednoznačné definování neshod a neshodného produktu, které je v souladu s požadavky zákazníka.

❖ Analýza systému měření

I v případě neměřitelných znaků kvality je nezbytné ověřit, zda systém kontroly neshodných produktů nebo neshod poskytuje dostatečně objektivní údaje. K tomu se využívají analýzy systémů měření při kontrole srovnáváním (pro atributivní znaky) [1].

❖ Shromáždění údajů

Shromažďování údajů o zvolených kritériích kvality vyráběných produktů by mělo zajistit, aby získané údaje postihovaly působení všech běžných vlivů působících na daný proces. Způsob shromažďování údajů by měl umožnit sestavení vhodného regulačního diagramu pro atributivní znaky pro analýzu statistické zvládnutosti procesu. Měly by být shromážděny údaje o alespoň 25 podskupinách výrobků. Rozsah podskupiny by měl být volen tak, aby se v každé podskupině vyskytoval v průměru alespoň jeden neshodný výrobek nebo alespoň jedna neshoda.

❖ Průzkumová analýza shromážděných údajů

Průzkumová analýza údajů má vzhledem k neměřitelným znakům kvality a menšímu počtu hodnot omezené možnosti. Přesto je užitečné průzkumovou analýzu shromážděných resp. vypočtených údajů, jako jsou podíly neshodných jednotek v podskupinách nebo počet neshod na jednotku, pomocí krabicového grafu a histogramu provést.

❖ Ověření statistické zvládnutosti procesu

Ověření statistické zvládnutosti procesu se provádí pomocí vhodného regulačního diagramu. V případě sledování neshodných jednotek se použije regulační diagram pro podíl neshodných jednotek (p-diagram), v případě sledování výskytu neshod se použije regulační diagram pro počet neshod na jednotku (u-diagram).

V případě zjištění, že proces není statisticky zvládnutý, lze postupovat podobně jako v případě měřitelných znaků kvality. Pokud lze vymezitelné příčiny variability sledovaného kritéria kvality identifikovat a odstranit, lze tímto způsobem postupně zajistit statistickou zvládnutost procesu a poté provést analýzu způsobilosti procesu znovu. Pokud vymezitelné příčiny variability nelze identifikovat nebo nelze odstranit, lze hodnotit výkonnost procesu s ohledem na dosahovanou kvalitu.

❖ Výpočet ukazatelů způsobilosti a jejich porovnání s požadovanými hodnotami

V případě neměřitelných znaků kvality se k vyhodnocení způsobilosti procesu využívá řada různých ukazatelů. V případě sledování výskytu neshodných výrobků je to nejčastěji průměrný podíl neshodných jednotek, který je často uváděn v **ppm** (parts per million), tedy jako průměrný počet neshodných výrobků na jeden milion vyrobených výrobků. Pro vyhodnocení způsobilosti procesu je nezbytné tuto hodnotu porovnat s mezní přijatelnou hodnotou podílu. Průměrný podíl neshodných jednotek lze rovněž přepočítat na úroveň Sigma nebo na Ekvivalent C_p nebo Ekvivalent C_{pk} , pro které bývá nastavena mezní hodnota.

V případě sledování výskytu neshod se k posouzení způsobilosti procesu využívá průměrný počet neshod na jednotku, který je případně uváděn v **dpm** (defects per million), tedy jako průměrný počet neshod na milion jednotek. Často je rovněž používán ukazatel **dpmo** (defects per million opportunities), který vyjadřuje počet neshod na milion příležitostí k neshodám.

❖ Případný návrh a realizace opatření ke zlepšení procesu

V případě zjištění, že proces není způsobilý, je potřeba navrhnout vhodná zlepšení procesu. Oproti analýze způsobilosti procesu v případě měřitelných znaků, kdy bylo možné vyhodnotit, zda se mají opatření zaměřit na lepší seřízení procesu, nebo na snížení variability, je zde situace komplikovanější, protože cílem je dostatečně snížit výskyt neshodných jednotek nebo neshod, aniž máme bližší informace, jak to udělat.

3.1 UKAZATELE ZPŮSOBILOSTI PROCESU PŘI SLEDOVÁNÍ VÝSKYTU NESHODNÝCH JEDNOTEK

3.1.1 Průměrný podíl neshodných jednotek

Nejčastěji používanou mírou způsobilosti (resp. nezpůsobilosti) procesů v případě sledování výskytu neshodných jednotek je průměrný podíl neshodných výrobků. Aby však tato průměrná míra

dosahované kvality skutečně vyjadřovala způsobilost procesu, je potřeba zajistit, aby shromážděné údaje pocházely ze statisticky zvládnutého procesu, tedy procesu, který je ovlivňován pouze náhodnými příčinami variability.

Statistická zvládnutost procesu se v daném případě posuzuje pomocí regulačního diagramu pro podíl neshodných jednotek (viz obr. 3.1). Úrovně regulačních mezí a centrální přímky se v tomto diagramu počítají podle vztahů:

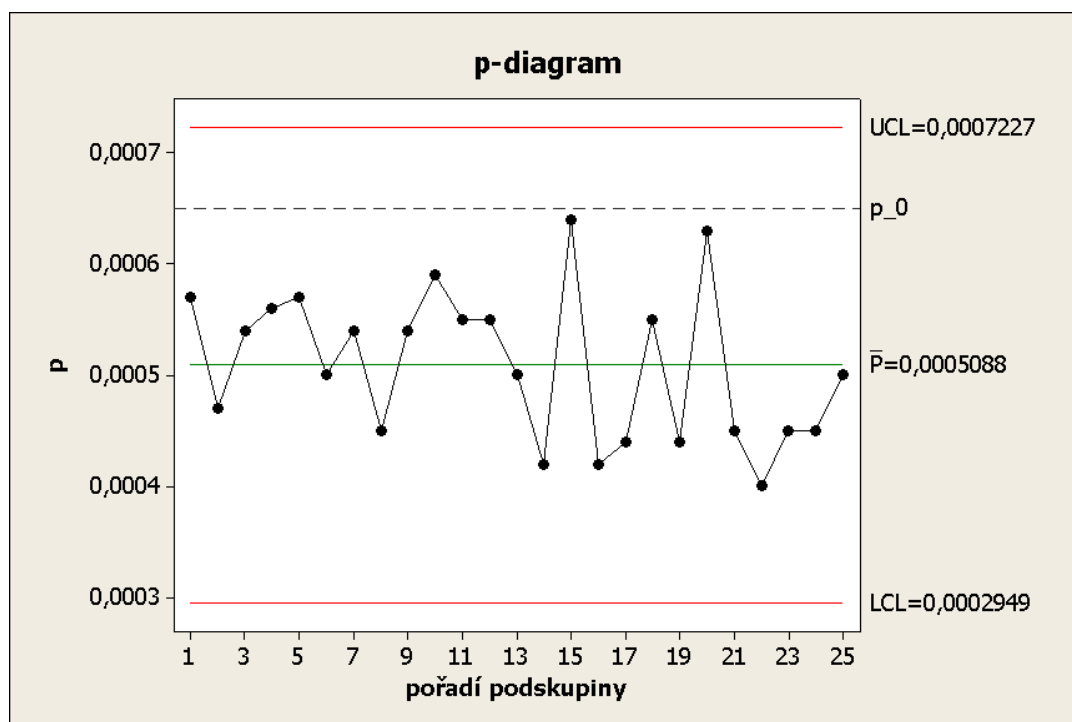
$$CL = \bar{p} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j}{\sum_{j=1}^k n_j} \quad (3.1)$$

$$LCL = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} \quad (3.2)$$

$$UCL = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} \quad (3.3)$$

kde:

- $\bar{p}$ - průměrný podíl neshodných jednotek v podskupině
- x_j - počet neshodných jednotek v j-té podskupině
- n_j - rozsah j-té podskupiny
- k - počet podskupin
- $\bar{n}$ - průměrný rozsah podskupiny.



Obr. 3.1 Příklad regulačního diagramu pro podíl neshodných jednotek

Z rovnice (3.1) je patrné, že úroveň centrální přímky v tomto regulačním diagramu odpovídá průměrnému podílu neshodných jednotek. Pokud tedy analýza regulačního diagramu vede k závěru, že proces je statisticky zvládnutý, charakterizuje úroveň centrální přímky způsobilost daného procesu. Aby však bylo možné vyslovit verdikt o tom, zda proces je způsobilý či ne, je potřeba zjištěnou úroveň porovnat s hodnotou požadovanou zákazníkem (nejčastěji označovanou jako p_0).

Přístup k hodnocení způsobilosti závisí na přesné formulaci specifikace požadované zákazníkem. Nejčastěji je, v souladu s výše uvedeným, proces považován za způsobilý tehdy, když průměrný podíl neshodných jednotek (dlouhodoběji dosahovaný u statisticky zvládnutého procesu) nepřekračuje zákazníkem stanovenou mez p_0 , tedy, když platí:

$$\bar{p} \leq p_0 \quad (3.4)$$

Lze se však setkat i s přísněji formulovaným požadavkem zákazníka, kdy proces je považován za způsobilý pouze tehdy, když v žádném časovém období (u žádné podskupiny) podíl neshodných výrobků vyráběných procesem nepřekračuje hodnotu p_0 :

$$p_j \leq p_0, \quad j \in \langle 1; k \rangle \quad (3.5)$$

kde:

k - počet podskupin

p_j - podíly neshodných jednotek zjištěné v jednotlivých podskupinách.

Při vlastním rozhodování na základě uvedených nerovností je potřeba si uvědomit, že hodnoty podílu (resp. průměrného podílu) neshodných jednotek, určené na základě výběru jsou náhodnými veličinami, které se řídí určitým zákonem rozdělení pravděpodobnosti, a tedy neměli bychom s nimi zacházet jako s konstantami. Příslušná posuzování způsobilosti by tedy bylo žádoucí doplnit informacemi o konfidenčních intervalech stanovených podílů, případně uplatnit testování hypotéz.

Pro stanovení horní meze jednostranného konfidenčního intervalu podílu neshodných jednotek lze pro případ, že rozsah výběru $n > 30$ použít vztah:

$$p_{U,t} = p_* + \frac{(1 - 2p_*)d}{n + 1} + u_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_*(1 - p_*) \cdot (1 - \frac{d}{n + 1})}{n + 1}} \quad (3.6)$$

přičemž:

$$p_* = \frac{x + 1}{n + 1} \quad (3.7)$$

kde:

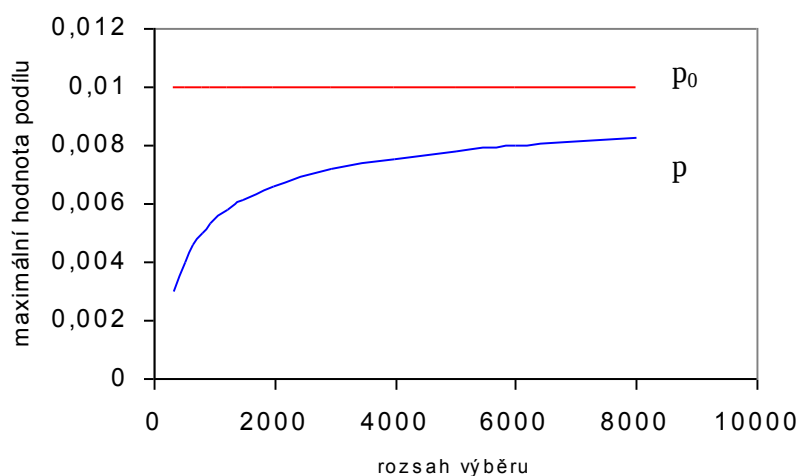
$p_{U,t}$	- horní mez jednostranného konfidenčního intervalu odhadu podílu neshodných jednotek
x	- počet zjištěných neshodných jednotek ve výběru

n	- rozsah výběru
$u_{1-\alpha}$	- kvantil normovaného normálního rozdělení
α	- hladina významnosti
d	- parametr, závislý na zvolené hladině významnosti (pro $\alpha=0,05$ je $d=0,677$)

Z uvedeného vztahu je patrné, že šířka konfidenčního intervalu závisí na stanoveném odhadu podílu neshodných jednotek, zvolené hladině významnosti a rozsahu výběru, přičemž zejména závislost na rozsahu výběru je výrazná. Proces by měl být považován za způsobilý v případech, kdy stanovená horní mez konfidenčního intervalu nepřekročí zadanou mez p_0 .

S využitím vztahu pro výpočet horní meze jednostranného konfidenčního intervalu podílu neshodných jednotek lze rovněž stanovit maximální hodnoty stanoveného odhadu podílu neshodných jednotek, při kterém lze proces ještě považovat za způsobilý. Pro případ zadané mezní hodnoty $p_0 = 0,01$ a hladinu významnosti $\alpha = 0,05$ jsou příslušné maximální hodnoty v závislosti na rozsahu výběru znázorněny na obr. 3.2. Z průběhu závislosti je patrný výrazný vliv rozsahu výběru, na jehož základě byl odhad podílu neshodných jednotek stanoven.

Na základě průběhu stanovené závislosti lze například určit, že proces lze považovat za způsobilý, jestliže při rozsahu výběru 1200 jednotek stanovený podíl neshodných nepřekročí hodnotu 0,0058, nebo při rozsahu výběru 6000 jednotek stanovený podíl neshodných nepřekročí hodnotu 0,008. Uváděné vysoké rozsahy výběru odpovídají předpokladu, že pro rozhodování o způsobilosti procesu se využívá podíl neshodných jednotek zjištěný na základě kontroly 25 podskupin výrobků (průměrný podíl neshodných jednotek) a je respektována skutečnost, že je potřeba dodržet určitý minimální rozsah podskupiny [2].



Obr. 3.2 Závislost maximální hodnoty odhadu podílu neshodných jednotek, při které lze pro zadanou hodnotu $p_0 = 0,01$ proces považovat za způsobilý, na rozsahu výběru ($\alpha = 0,05$).

3.1.2 Ekvivalenty C_{pk} a C_p

Ekvivalenty indexů způsobilosti představují hodnoty indexů, kterým by v případě, kdyby výstupní znak kvality byl měřitelný, odpovídal (za předpokladu normality) stanovený průměrný podíl neshodných výrobků. Jsou zavedeny dva typy těchto ekvivalentů: Ekvivalent C_{pk} a Ekvivalent C_p .

Ekvivalent C_{pk} charakterizuje situaci, při níž by pro měřitelný znak kvality byla stanovena jednostranná toleranční mez, a počítá se podle vztahu:

$$Ekv C_{pk} = \frac{u_{1-\bar{p}}}{3} \quad (3.8)$$

kde:

$u_{1-\bar{p}}$ - kvantil normovaného normálního rozdělení

$\bar{p}$ - průměrný podíl neshodných výrobků u statisticky zvládnutého procesu.

Ekvivalent C_p charakterizuje případ, u něhož by pro měřitelný znak kvality byly stanoveny oboustranné toleranční meze a střední hodnota znaku ležela právě ve středu tolerančního pole (pravděpodobnost překročení obou mezí je stejná). Ekvivalent C_p se počítá podle vztahu:

$$Ekv C_p = \frac{u_{1-\frac{\bar{p}}{2}}}{3} \quad (3.9)$$

kde:

$u_{1-\frac{\bar{p}}{2}}$ - kvantil normovaného normálního rozdělení

Stanovení ekvivalentů indexů způsobilosti je v podstatě inverzní úlohou pro odhad pravděpodobnosti výskytu neshodných výrobků na základě indexů způsobilosti stanovených v případě měřitelných znaků kvality.

K odhadu Ekvivalentů C_p a C_{pk} lze využít grafické závislosti očekávaného výskytu neshodných jednotek na hodnotě C_{pk} (viz obr. 1.10). Pomocí křivky A, která odpovídá případu jednostranné tolerance nebo situaci, kdy index C_{pk} je mnohem menší než C_p , lze na základě stanoveného průměrného podílu neshodných jednotek (očekávaného výskytu neshodných jednotek) na ose x nalézt odpovídající Ekvivalent C_{pk} . Pomocí křivky B, která odpovídá případu, kdy se indexy C_{pk} a C_p rovnají, lze na ose x nalézt odpovídající Ekvivalent C_p .

3.2 UKAZATELE ZPŮSOBILOSTI PROCESU PŘI SLEDOVÁNÍ VÝSKYTU NESHOD

V případě sledování výskytu neshod se jako ukazatel způsobilost procesu nejčastěji využívá průměrný počet neshod na jednotku. Aby však tento ukazatel skutečně vyjadřoval způsobilost

procesu, je potřeba zajistit, aby shromážděné údaje pocházely ze statisticky zvládnutého procesu, tedy procesu, který je ovlivňován pouze náhodnými příčinami variability.

Statistická zvládnutost procesu se v daném případě posuzuje pomocí regulačního diagramu pro počet neshod na jednotku (viz obr. 3.3). Úrovně regulačních mezí a centrální přímky se v tomto diagramu počítají podle vztahů:

$$CL = \bar{u} = \frac{\sum_{j=1}^k c_j}{\sum_{j=1}^k n_j} \quad (3.10)$$

$$LCL = \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} \quad (3.11)$$

$$UCL = \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} \quad (3.12)$$

kde:

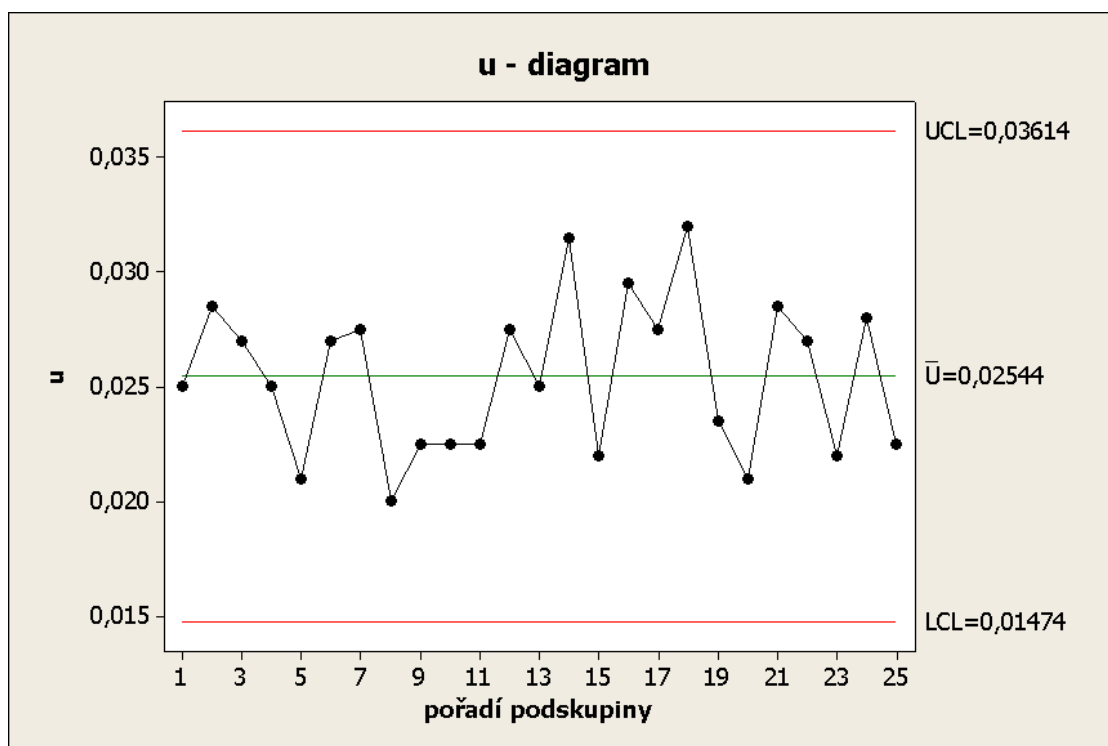
$\bar{u}$ - průměrný podíl neshodných jednotek v podskupině

c_j - počet neshod v j-té podskupině

n_j - rozsah j-té podskupiny

k - počet podskupin

$\bar{n}$ - průměrný rozsah podskupiny



Obr. 3.3 Příklad regulačního diagramu pro počet neshod na jednotku.

Z rovnice (3.10) je patrné, že úroveň centrální přímky v tomto regulačním diagramu odpovídá průměrnému podílu neshodných jednotek. Pokud tedy analýza regulačního diagramu vede k závěru, že proces je statisticky zvládnutý, charakterizuje úroveň centrální přímky způsobilost daného procesu. Aby však bylo možné vyslovit verdikt o tom, zda proces je způsobilý či ne, je potřeba zjištěnou úroveň porovnat s hodnotou požadovanou zákazníkem (nejčastěji označovanou jako u_0).



Čas k zamyšlení

- Zamyslete se nad rozdílnou vypovídací hodnotou údajů o měřitelných znacích kvality produktů a údajů o výskytu nehodných jednotek nebo neshod.
- Zamyslete se nad odlišnostmi postupu analýzy způsobilosti procesu v případě měřitelných znaků kvality a v případě neměřitelných znaků kvality.
- Zamyslete se nad interpretací Ekvivalentu C_p a Ekvivalentu C_{pk} .



Řešený příklad

Pro analýzu způsobilosti procesu byly v pravidelných intervalech z procesu odebírány sady vyrobených součástek a byla prováděna automatická kontrola výskytu neshodných výrobků. Počty kontrolovaných výrobků (n) a zjištěné počty neshodných jednotek (x) jsou uvedeny v tabulce. Vyhodnoťte způsobilost procesu, jestliže mezní hodnota výskytu neshodných jednotek činí 700 ppm. Při vyhodnocení způsobilosti zohledněte skutečnost, že stanovený podíl neshodných jednotek je náhodnou veličinou.

Pořadí podskupiny	Rozsah podskupiny	Počet neshodných jednotek	Pořadí podskupiny	Rozsah podskupiny	Počet neshodných jednotek
1	8530	2	14	9960	9
2	9470	6	15	10600	9
3	9060	0	16	11500	1
4	10120	5	17	9740	5
5	11080	4	18	8100	2
6	10820	7	19	10100	8
7	11800	6	20	11100	7
8	9640	2	21	8400	4
9	11100	8	22	8500	1
10	9120	3	23	10070	4
11	11300	8	24	10300	6
12	9290	7	25	10040	5
13	9300	9			



Shrnutí pojmů

- Neměřitelné znaky kvality
- Průměrný podíl neshodných jednotek
- Regulační diagram pro podíl neshodných jednotek (p-diagram)
- Ppm
- Ekvivalent C_p
- Ekvivalent C_{pk}
- Konfidenční interval podílu neshodných jednotek
- Průměrný počet neshod na jednotku
- Regulační diagram pro počet neshod na jednotku



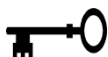
Otázky

1. V čem se liší postup analýzy způsobilosti procesu v případě měřitelných a neměřitelných znaků kvality?
2. Jaké údaje potřebujeme shromáždit pro analýzu způsobilosti procesů v případě neměřitelných znaků kvality?
3. Co musí být splněno, aby bylo možné úroveň centrální přímky v regulačním diagramu pro podíl neshodných jednotek použít jako míru způsobilosti procesu?
4. Kdy lze v případě sledování výskytu neshodných jednotek dospět k závěru, že proces je způsobilý?
5. Co vyjadřují ekvivalenty C_p a C_{pk} ?



Použitá literatura

- [1] PLURA, J. *Plánování jakosti II* [online]. Vyd. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012, 172 s., 1 CD-ROM, ISBN 978-80-248-2588-5
- [2] PLURA, J.: *Plánování a neustálé zlepšování jakosti*. 1. vydání. Praha: Computer Press, 2001. 244 s., ISBN 80-7226-543-1.



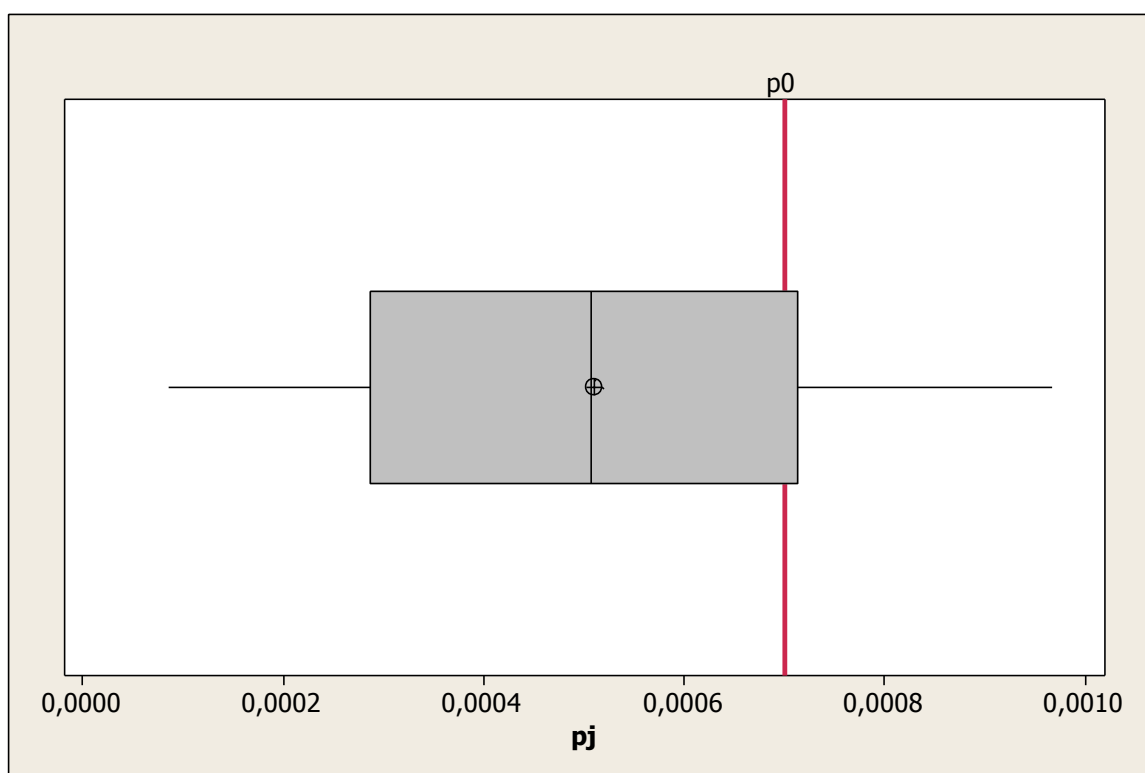
Klíč k řešení

Řešení zadaného příkladu

Průzkumová analýza dat

Prvním krokem analýzy způsobilosti procesu v případě atributivních znaků kvality je, po shromáždění údajů, průzkumová analýza dat, jejímž cílem je identifikovat neobvyklé hodnoty či chování sledovaného znaku kvality. Vzhledem k tomu, že je sledován výskyt neshodných jednotek, je potřeba nejprve spočítat podíly neshodných jednotek v jednotlivých podskupinách a tyto údaje pak podrobit analýze.

Nejprve je provedena analýza stanovených podílů neshodných jednotek pomocí krabicového grafu (viz obr. 3.4). Z krabicového grafu je patrné, že rozdělení podílů neshodných jednotek je přibližně symetrické a nejsou zde indikovány žádné odlehlé hodnoty. Průměrný podíl neshodných jednotek je menší než maximálně přípustný podíl p_0 , i když některé hodnoty podílů v podskupinách tuto mezní hodnotu překračují.



Obr. 3.4 Průzkumová analýza podílů neshodných jednotek pomocí krabicového grafu.

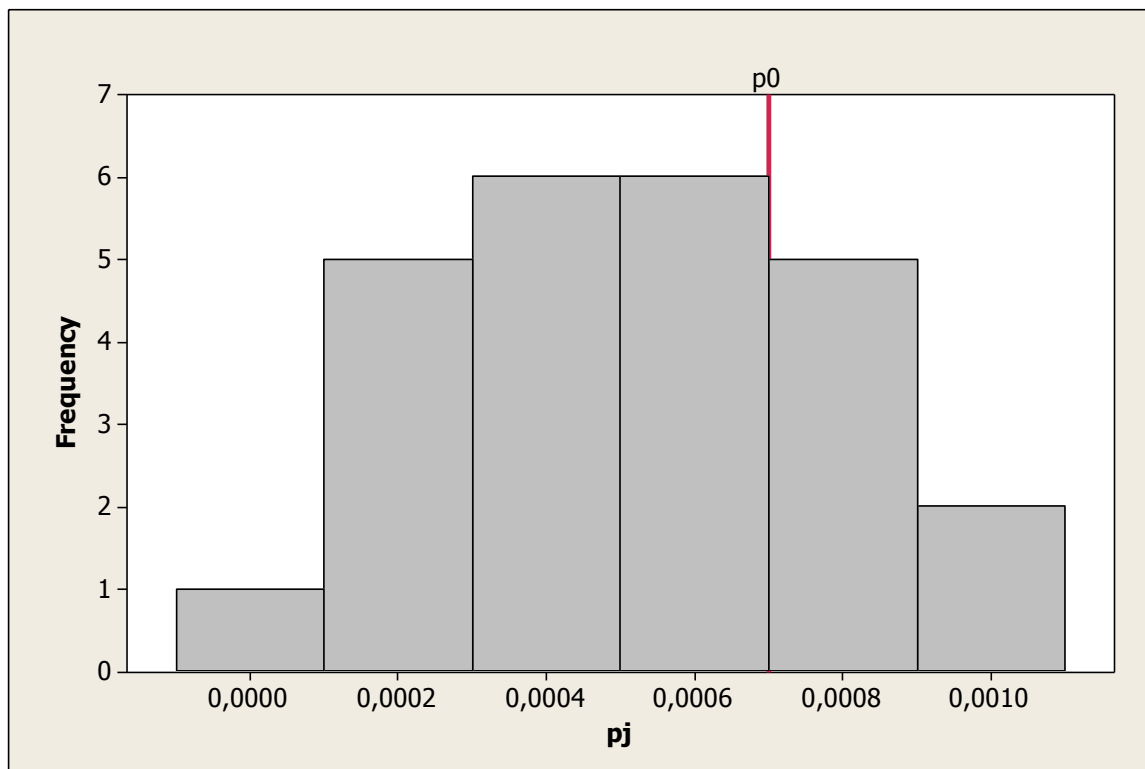
Dále je provedena analýza stanovených podílů pomocí histogramu (viz obr. 3.5). Rovněž z histogramu je patrné, že rozdělení hodnot podílů neshodných jednotek je přibližně symetrické. Porovnání s mezní hodnotou p_0 potvrzuje, že některé hodnoty podílů tuto mezní hodnotu překračují.

Analýza statistické zvládnutosti procesu

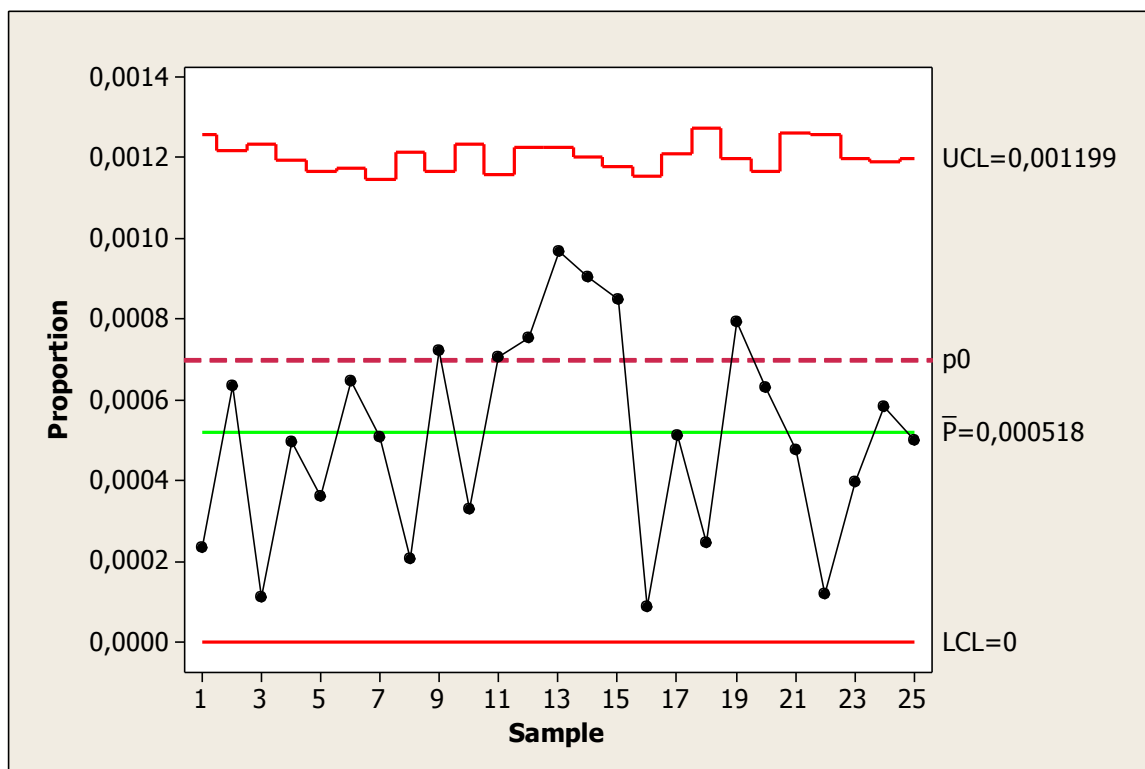
Pro vyhodnocení statistické zvládnutosti analyzovaného procesu je sestrojen regulační diagram pro podíl neshodných jednotek (viz obr. 3.5). Vzhledem k tomu, že rozsahy podskupin jsou proměnlivé, byly pro jednotlivé podskupiny stanoveny individuální regulační meze. Rozsahy podskupin se sice od průměrného rozsahu neliší více než o 25 %, avšak při počítačovém zpracování příslušné výpočty nezpůsobují žádnou komplikaci a výsledky jsou přesnější.

Z regulačního diagramu je patrné, že analyzovaný proces je statisticky zvládnutý, a že tedy můžeme hodnotit jeho způsobilost. Stanovený průměrný podíl neshodných jednotek (518 ppm) je

nižší, než maximálně přípustná hodnota p_0 (700 ppm), takže daný proces by mohl být způsobilý. Pro konečný verdikt o způsobilosti procesu je však, v souladu se zadáním, nezbytné nejprve vyhodnotit horní konfidenční mez odhadu podílu neshodných jednotek.



Obr. 3.5 Průzkumová analýza podílů neshodných jednotek pomocí histogramu.



Obr. 3.6 Analýza statistické zvládnutosti procesu pomocí regulačního diagramu pro podíl neshodných jednotek.

Vyhodnocení způsobilosti procesu

Pro výpočet horní meze jednostranného konfidenčního intervalu podílu neshodných jednotek se použijí vztahy (3.6) a (3.7). K získání požadovaného výsledku by rovněž bylo možné použít jednovýběrový test podílu neshodných jednotek.

Do výpočtových vztahů se dosadí tyto hodnoty:

x	128
n	249040
$u_{1-\alpha}$	1,64485
α	0,05
d	0,677

Na základě těchto údajů lze stanovit horní mez jednostranného konfidenčního intervalu podílu neshodných jednotek $p_{u,t} = 0,000600$. Můžeme tedy konstatovat, že s 95% pravděpodobností je skutečný podíl neshodných jednotek menší než tato hodnota. Vzhledem k hodnotě $p_0=0,0007$ tedy lze daný proces považovat za způsobilý.